



Micael Crespo Marcelino

Licenciado em Engenharia Civil

Modelação do comportamento de pilares de betão armado reforçados com compósitos de FRP

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil

Orientador: Doutor Carlos M. Chastre Rodrigues,
Professor Auxiliar, FCT-UNL
Co-orientador: Doutor Hugo Emanuel Charrinho da Costa
Biscaia, Professor Auxiliar Convidado, FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Daniel Aelenei
Arguente: Prof. Doutor Rui Marreiros
Vogal: Prof. Doutor Carlos Chastre Rodrigues



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Maio 2015

“Copyright” Micael Crespo Marcelino, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Após terminada esta jornada, muitas foram as pessoas que contribuíram para a concretização deste trabalho, bem como para o sucesso do meu percurso académico e a elas gostaria de expressar o meu agradecimento.

Ao professor Carlos Chastre, meu orientador da dissertação, por todo o conhecimento partilhado e por todo o apoio e disponibilidade prestado durante os serões passados no gabinete.

Ao professor Hugo Biscaia, meu coorientador, agradeço a disponibilidade, bem como todos os conhecimentos transmitidos, nomeadamente em termos de modelação.

Agradeço aos meus colegas de curso, pelo convívio e amizade partilhada, não só durante a elaboração deste trabalho, mas durante todo o percurso académico.

Por último gostaria de dirigir um agradecimento especial aos meus pais, pela motivação transmitida e por todo o esforço que fizeram por forma a que me fosse possível concluir esta jornada.

Resumo

A reabilitação e/ou reforço de estruturas de betão armado são uma necessidade nos dias de hoje. Sendo os pilares um dos elementos estruturais essenciais dessas estruturas, facto com que o estudo do efeito do reforço nestes elementos seja crucial. O reforço com FRP (*Fiber Reinforced Polymers*) apresenta inúmeras vantagens em relação aos demais, nomeadamente na ductilidade que oferece ao elemento estrutural que é essencial para o cumprimento das exigências sísmicas impostas aos edifícios.

Ao longo dos anos têm sido desenvolvidos variados modelos baseados em ensaios experimentais, todavia é apenas possível a realização de ensaios experimentais em elementos estruturais de dimensões reduzidas. Assim, a modelação numérica apresenta-se como uma alternativa ao estudo do comportamento dos pilares de betão armado confinados com FRP, tentando compreender se os modelos analíticos existentes conseguem efetivamente reproduzir o comportamento destes.

No presente trabalho foi realizada a simulação numérica do comportamento de ensaios experimentais realizado em colunas e pilares confinados com diferentes camadas de FRP e tipos de carregamento, tendo sido obtidos resultados numéricos, que quando comparados com os valores experimentais, bem como com os valores obtidos através de modelos analíticos revelaram a dificuldade do programa de cálculo automático em reproduzir o comportamento não linear de colunas e pilares confinados.

Palavras-chave

Modelação numérica; pilares confinados com FRP; plasticidade do betão; reforço de estruturas

Abstract

The rehabilitation and strengthening of reinforced concrete structures are a necessity nowadays. The circular columns are essential structural elements, so the study of the effect of strengthening these elements is crucial. Strengthening with FRP (Fiber Reinforced Polymers) has many advantages over the others, particularly in ductility provided to the structural element, that is essential to achieve the seismic requirements imposed on buildings.

Over the years various models have been developed based on experimental tests, however they only are possible to carry out on structural elements of reduced dimensions. Thus, the numerical modeling is presented as an alternative to the study of the behavior of reinforced concrete columns confined with FRP, trying to understand if the existing analytical models can effectively reproduce that behavior.

In the present study the numerical simulation of the behavior of experimental tests in confined columns and circular columns with different types of loading and layers of FRP, then when the numerical results were compared with the experimental values and the values obtained using analytical models, revealed the difficulty of the program to reproduce the nonlinear behavior of confined columns and circular columns .

Keywords

Numerical modeling; Confined columns with FRP; Plasticity of concrete; reinforcement of structures

Índice

Agradecimentos.....	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Índice de figuras	xiii
Índice de tabelas	xvii
Lista de abreviatura, siglas e símbolos	xix
1 Introdução	1
1.1. Reforço de pilares de Betão Armado	1
1.2. Materiais compósitos.....	2
1.2.1. Reforço de pilares com materiais compósitos	2
1.3. Objetivos da dissertação	4
1.4. Organização da dissertação.....	4
2 Modelos de Comportamento de pilares de Betão Armado sujeitos a compressão uniaxial..	7
2.1. Comportamento mecânico do betão não confinado sob compressão uniaxial.....	8
2.2. Comportamento mecânico do betão confinado sob compressão uniaxial.....	9
2.2.1. Betão confinado com FRP	9
2.2.1.1. Modelos analíticos de pilares confinados com compósitos de FRP	11
2.2.1.2. Diagrama tensão – deformação do betão confinado com CFRP	13
2.2.1.3. Modelo de Chastre & Silva (2010)	14
3 Plasticidade do betão.....	21
3.1. Critérios de cedência.....	21
3.1.1. Invariantes da tensão	22
3.1.2. Interpretação geométrica dos invariantes	24
3.1.3. Superfícies de cedência	26
3.1.3.1. Critério de Willam-Warnke.....	27
3.2. Endurecimento/Amolecimento	29
3.3. Escoamento Plástico	31
3.4. Exemplo de aplicação	32
4 Avaliação do comportamento de modelos experimentais no plano meridional.....	33
4.1. Introdução.....	33
4.2. Modelos experimentais.....	35
4.3. Comparação dos modelos experimentais	37

5	Modelação Numérica	45
5.1.	Materiais	45
5.1.1.	Betão	45
5.1.1.1.	Modelo de plasticidade para o esmagamento do betão	46
5.1.1.2.	Modelo constitutivo para betão confinado	48
i)	Lei de endurecimento/amolecimento	48
ii)	Função de potencial plástico	49
5.1.2.	Aço	50
5.1.3.	Compósitos de FRP	50
5.2.	Tipos de elementos utilizados na modelação	51
5.3.	Descrição geral dos modelos	52
5.4.	Tipo de carregamento e parâmetro de solução	52
5.5.	Definição de apoios e aplicação de carregamentos	52
6	Modelação de colunas e pilares circulares de betão armado reforçadas com FRP	53
6.1.	Propriedades dos materiais	54
6.1.1.	Betão	54
6.1.2.	Aço	55
6.1.3.	FRP	55
6.1.3.1.	Compósitos de CFRP	56
6.1.3.2.	Compósitos de GFRP	56
6.2.	Modelação numérica das colunas de betão armado reforçadas com FRP	57
6.2.1.	Betão Simples	58
6.2.2.	Compósitos de FRP	60
6.2.2.1.	Compósitos de CFRP	62
6.2.2.2.	Compósitos de GFRP	63
6.2.3.	Colunas de Betão Armado	65
6.2.4.	Colunas de Betão Armado reforçadas com FRP	67
6.2.4.1.	Modelo de plasticidade para o esmagamento do betão	68
6.2.4.2.	Modelo constitutivo para betão confinado	77
6.2.5.	Comparação de resultados	85
i)	Modelo C41	85
6.3.	Modelação numérica de pilares circulares de betão armado reforçados com FRP	94
7	Conclusões e Desenvolvimentos futuros	101
7.1.	Conclusões finais	101
7.2.	Desenvolvimentos futuros	102
	Referências Bibliográficas	103
	Anexo A	107
	Anexo B	111

Índice de figuras

Figura 1.1 – Comparação de algumas propriedades entre o aço, alumínio e o compósito [29] ..	3
Figura 1.2– Comportamento à tracção de materiais compósitos e aço [43]	4
Figura 2.1 – Diagramas de tensão vs deformação para betões com diferentes resistências [7] .	7
Figura 2.2 – Coluna sujeita a compressão uniaxial [7]	8
Figura 2.3 – Curva tensão-deformação do betão sujeito a compressão uniaxial, adaptado [7]	8
Figura 2.4 – Diagramas tensão-deformação do betão com diferentes tipos de confinamento [7]	9
Figura 2.5 – Diagramas tensão-deformação de pilares confinados com FRP, de diferentes secções [7]	10
Figura 2.6 – Exemplo da aplicação do tecido de FRP no confinamento de pilares [22]	10
Figura 2.7 – A ação do confinamento em secções circulares, adaptado [40]	11
Figura 2.8 – Pormenorização das armaduras das 3 colunas [19]	12
Figura 2.9 – Resumo do erro obtido para os diferentes modelos, adaptado [19]	13
Figura 2.10 – Diagrama tensão-deformação de betão confinado, tipo III b) [35]	14
Figura 2.11 – Relação entre f_{cc} , f_D e f_{lu} para pilares de betão com diâmetro entre 150 e 400 mm, confinados com CFRP [12]	15
Figura 2.12 – Relação entre $\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{c0}$ e f_{lu}/f_D para pilares de betão com diâmetro entre 150 e 400 mm, confinados com CFRP [12]	17
Figura 2.13 – Modelo proposto para betão sujeito a compressão monotónica [12]	19
Figura 3.1 - Esquema representativo de um estado de tensões [15]	22
Figura 3.2 - Espaço de tensões de Haigh–Westergaard, adaptado de [25]	25
Figura 3.3– Espaço de tensões de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager [48]	26
Figura 3.4– Influência da excentricidade na superfície de cedência [39]	27
Figura 3.5–Superfície de cedência elíptica triplamente simétrica [26]	28
Figura 3.6–Meridiano de tração e compressão no plano (ξ, ρ) [25]	29
Figura 3.7– Evolução da lei de endurecimento [27]	30
Figura 3.8– Evolução da lei de amolecimento [26]	30
Figura 3.9 – Comportamento do betão no plano (ξ, ρ) e respetivo diagrama de tensão-deformação, adaptado [50]	32
Figura 4.1 - Superfície de cedência definida no plano meridional	33
Figura 4.2 - Resultados experimentais de colunas com 250 mm de diâmetro no plano (ξ, ρ)	36
Figura 4.3 - Resultados experimentais de colunas com 150 mm de diâmetro no plano (ξ, ρ)	37
Figura 4.4- Resultados experimentais de colunas com 400 mm de diâmetro no plano (ξ, ρ)	37
Figura 4.5 - Comparação dos resultados experimentais no plano (ξ, ρ) para 0, 1, 2, 3 e 4 camadas de CFRP (C30, C41, C34, C43 e C44 respetivamente)	38
Figura 4.6 - Valores na rotura dos diferentes ensaios experimentais	39
Figura 4.7 - Modelo C41 (\varnothing 250 mm; 1 CFRP) representado no plano meridional	40
Figura 4.8 - Modelo C34 (\varnothing 250 mm; 2 CFRP) representado no plano meridional	41
Figura 4.9 - Modelo C43 (\varnothing 250 mm; 3 CFRP) representado no plano meridional	41
Figura 4.10 - Modelo C44 (\varnothing 250 mm; 4 CFRP) representado no plano meridional	42

Figura 4.11 - Modelo C10 (\varnothing 150 mm; 2 CFRP) representado no plano meridional	42
Figura 4.12 - Modelo CC2 (\varnothing 150 mm; 2 CFRP) representado no plano meridional	43
Figura 4.13 - Modelo K2 (\varnothing 400 mm; 5 CFRP) representado no plano meridional	43
Figura 4.14 - Modelo K3 (\varnothing 400 mm; 5 CFRP) representado no plano meridional	44
Figura 5.1- lei de endurecimento/amolecimento baseada em testes de compressão uniaxial [6]	47
Figura 5.2 – Método de preditor-corretor [6]	47
Figura 5.3 – lei de endurecimento/amolecimento (modelo constitutivo para betão confinado) [6]	49
Figura 5.4- Função de potencial plástico e função de cedência no plano (ξ, ρ) [6].....	50
Figura 5.5– Comportamento linear elástico das fibras [16]	51
Figura 6.1- Diagrama de tensão deformação dos varões de $\varnothing 12$ e $\varnothing 6$ [7]	55
Figura 6.2 - Diagrama de tensão-deformação dos ensaios dos provetes de CFRP[7]	56
Figura 6.3 -Diagrama de tensão-deformação dos ensaios dos provetes de GFRP [7]	57
Figura 6.4 – Malha de elementos finitos e condições de simetria adotadas no quarto de coluna no programa <i>ATENA</i>	58
Figura 6.5 – Diagrama de tensão-deformação do betão sujeito a compressão uniaxial [44].....	59
Figura 6.6 – Diagrama tensão-deformação da coluna de betão simples (C29) [7]	59
Figura 6.7- Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C29	60
Figura 6.8 – Definição do modelo do compósito no <i>ATENA</i>	61
Figura 6.9 - Definição das fibras <i>MBrace C1-30</i> no programa <i>ATENA</i>	62
Figura 6.10 - Comparação dos resultados experimentais [7] e numéricos para o provete de fibras de carbono.....	63
Figura 6.11- Definição das fibras <i>Tyfo SEH-51</i> no programa <i>ATENA</i>	64
Figura 6.12- Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o provete de fibras de vidro	64
Figura 6.13 - Pormenorização das armaduras [7].....	66
Figura 6.14 - Armaduras no programa <i>ATENA</i>	66
Figura 6.15 - Definição dos varões de $\varnothing 6$ e $\varnothing 12$ no programa <i>ATENA</i>	66
Figura 6.16 - Comparação dos resultados experimentais [7] e numéricos para o modelo C30. 67	
Figura 6.17 – Definição do material compósito e suas condições de simetria no programa <i>ATENA</i>	68
Figura 6.18– Orientação do provete de betão armado no programa <i>ATENA</i>	68
Figura 6.19 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C33.....	69
Figura 6.20 – Influência do coeficiente β na modelação.....	70
Figura 6.21 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C33 com coeficientes β diferentes.....	71
Figura 6.22 -Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C33.....	72
Figura 6.23 – Relação f_{ccf}/f_{c0} vs E_{cf}/f_{c0} e regressão linear respetiva	73
Figura 6.24- Relação do parâmetro β com E_{cf}/f_{c0} e regressão logaritmica respetiva	73

Figura 6.25 - Deformada (25x ampliada) e tensão (MPa) nas fibras para 0,90% de extensão axial nos modelos de $\varnothing 250$ mm, reforçados com 1, 2, 3 e 4 CFRP	74
Figura 6.26 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados	76
Figura 6.27 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados através do modelo constitutivo para betão confinado (1ª abordagem)	78
Figura 6.28 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados através do modelo constitutivo para betão confinado (2ª abordagem)	82
Figura 6.29 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados através do modelo constitutivo para betão confinado (3ª abordagem)	84
Figura 6.30 - Comparação dos resultados para o modelo C41 ($\varnothing 250$, 1CFRP)	86
Figura 6.31- Comparação dos resultados para o modelo C34 ($\varnothing 250$, 2CFRP)	87
Figura 6.32- Comparação dos resultados para o modelo C43($\varnothing 250$, 3CFRP)	88
Figura 6.33- Comparação dos resultados para o modelo C44 ($\varnothing 250$, 4CFRP)	89
Figura 6.34- Comparação dos resultados para o modelo C10 ($\varnothing 150$, 2CFRP)	90
Figura 6.35- Comparação dos resultados para o modelo CC2 ($\varnothing 150$, 2CFRP)	91
Figura 6.36- Comparação dos resultados para o modelo K2 ($\varnothing 400$, 5CFRP)	92
Figura 6.37- Comparação dos resultados para o modelo K3 ($\varnothing 400$, 4CFRP)	93
Figura 6.38 - Pormenorização das armaduras do pilar (adaptado [7])	94
Figura 6.39 – Definição do modelo de betão e das armaduras do pilar no programa ATENA ..	95
Figura 6.40 - Comparação dos resultados experimentais [7] e numéricos para o pilar P1 (não reforçado)	96
Figura 6.41 - Esquema ilustrativo das caracterisitcas dos pilares em estudo [7]	97
Figura 6.42 - Aplicação do reforço e orientação do pilar P4 no programa ATENA	98
Figura 6.43 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o pilar P4	99
Figura 6.44 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o pilar P7	100

Índice de tabelas

Tabela 2.1 – Características das colunas de betão armado	12
Tabela 4.1 - Valores obtidos nos ensaios experimentais	35
Tabela 4.2 - Valores na rotura dos invariantes para os ensaios experimentais	38
Tabela 6.1 - Características dos modelos ensaiados por Chastre [7] e considerados na simulação numérica	54
Tabela 6.2 - Características do betão [7]	54
Tabela 6.3 - Valores médios dos ensaios de caracterização dos varões de aço [7]	55
Tabela 6.4 - Valores médios dos ensaios de caracterização do CFRP [7]	56
Tabela 6.5 - Valores médios dos ensaios de caracterização do GFRP [7]	56
Tabela 6.6 – Propriedades da resina <i>MBrace Saturant</i>	62
Tabela 6.7 -Propriedades da resina <i>Tyfo S Epoxy</i>	63
Tabela 6.8 – Características dos modelos	72
Tabela 6.9– Características dos modelos de betão armado	75
Tabela 6.10 – Parâmetros dos modelos de betão armado	75
Tabela 6.11 - Relação entre a área de um quarto de provete e a malha	75
Tabela 6.12 – Parâmetros recomendados para definição do modelo constitutivo para betão confinado (Anexo A)	77
Tabela 6.13 – Valores derivados do estado de tensão triaxial[36]	80
Tabela 6.14 – Valores obtidos para os diferentes estados de tensão	81
Tabela 6.15 – Valores dos parâmetros <i>A</i> , <i>B</i> e <i>C</i> obtidos para o modelo constitutivo para betão confinado	83
Tabela 6.16 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C41	85
Tabela 6.17 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C34	87
Tabela 6.18 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C43	88
Tabela 6.19 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C44	89
Tabela 6.20 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C10	90
Tabela 6.21- Comparação de resultados e erro obtido para o modelo CC2	91
Tabela 6.22 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo K2	92
Tabela 6.23 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo K3	93
Tabela 6.24 – Parâmetros utilizados na definição do modelo constitutivo para betão confinado do pilar P4 (Anexo A)	98

Lista de abreviatura, siglas e símbolos

Abreviaturas

AFRP - *Aramid Fiber Reinforced Polymer*

ATENA - *Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*

CEM2 - *CC3DNonLinCementitious 2*

CEM3 - *CC3DNonLinCementitious 3*

CFRP - *Carbon Fiber Reinforced Polymer*

ER - Aço Endurecido a Frio

FRP - *Fiber Reinforced Polymer*

GFRP - *Glass Fiber Reinforced Polymer*

LabDEC - Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Nova de Lisboa

NR - Aço Laminado a Quente

Notações Escalares Latinas

A_c - área da secção de betão

A_s - área da armadura ordinária

A_{sw} - área da armadura transversal

D - diâmetro ou largura da secção de betão

E - módulo de Elasticidade

E_{c1} - inclinação da parte elástica do diagrama tensão-deformação

E_{c2} - inclinação pós pico do diagrama tensão-deformação

E_{cf} - módulo de confinamento

E_f - módulo de Elasticidade à tração do FRP

E_{fm} - valor médio do módulo de Elasticidade do FRP

E_s - módulo de Elasticidade do aço

E_{sm} - valor médio do módulo de Elasticidade do aço

G - função de potencial plástico

H - altura total da coluna/pilar

I_1 - primeiro invariante do tensor das tensões

I_2 - segundo invariante do tensor das tensões

I_3 - terceiro invariante do tensor das tensões

J_1 - primeiro invariante do tensor desviador

J_2 - segundo invariante do tensor desviador

J_3 - terceiro invariante do tensor desviador

N_c - esforço Axial

d_w - diâmetro dos estribos
 e - parâmetro de excentricidade
 f_0 - ordenada na origem do diagrama tensão-deformação
 $f_{0,2m}$ - valor médio da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2%
 f_{cc} - tensão máxima de compressão do betão confinado com FRP
 f_{ccf} - tensão de compressão aplicada no programa ATENA
 f_{cm} - valor médio da tensão de rotura à compressão em provetes cilíndricos
 $f_{cm,cub}$ - valor médio da tensão de rotura à compressão em provetes cúbicos
 $f_{ct,fl}$ - valor médio da tensão de rotura à tração por flexão do betão
 $f_{ct,sp}$ - valor médio da tensão de rotura à tração por compressão diametral
 f_D - tensão à compressão do betão simples
 f_{frp} - tensão no FRP
 f_{ju} - tensão lateral no tecido de FRP
 f_l - tensão lateral
 f_{lu} - tensão lateral na rotura
 f_{shu} - tensão lateral nos estribos
 f_{sw} - resistência à tração do aço dos estribos
 f_{ym} - valor médio da tensão de cedência do aço
 g - superfície de potencial plástico (sem unidades)
 n - constante polinomial
 s - espaçamento entre estribos
 t_{frp} - espessura total do FRP
 w_d - deslocamento máximo pós-pico

Notações Escalares Gregas

δ_{ij} - símbolo de Kronecker
 ε - extensão
 ε_c - extensão axial de compressão do betão
 ε_{cc} - extensão axial do betão correspondente à tensão máxima de compressão do betão confinado
 ε^e - componente elástica da extensão
 ε^f - componente de fratura da extensão
 ε_{fm} - valor médio da extensão de rotura à tração do FRP
 ε_{frp} - extensão no FRP
 ε_{fu} - extensão de rotura à tração do FRP
 ε_l - extensão lateral de confinamento
 ε^p - componente plástica da extensão

ε_{srm} - valor médio da extensão total na rotura do aço

ε_{sum} - valor médio da extensão total na força máxima do aço

θ - *lode angle*

κ - parâmetro de endurecimento/amolecimento

ξ - eixo deviatórico

ρ - eixo hidrostático

ρ_{frp} - rácio volumétrico do FRP

σ - tensão

σ_{pc} - tensão lateral definida arbitrariamente

\varnothing - diâmetro da armadura

Capítulo 1

Introdução

Tanto o reforço como a reparação de estruturas de betão armado é cada vez mais uma necessidade na construção civil, tendo como principais causas a deterioração do betão, a corrosão das armaduras, a ocorrência de ações acidentais ou erros de utilização. Contudo, muitas vezes é necessário repor a integridade estrutural, colocada em causa por erros de projeto ou por defeitos gerados na fase de construção. Essa necessidade pode ainda ser devida a uma eventual modificação do tipo de utilização das estruturas, aliado a uma alteração ou a um aumento das sobrecargas.

O reforço de estruturas tem a finalidade de conferir uma maior resistência, ou uma maior ductilidade aos seus elementos estruturais, podendo ser efetuado através da substituição de materiais de pior qualidade por materiais mais resistentes, do aumento das dimensões das secções, da substituição total ou parcial de elementos ou através da introdução de novos elementos estruturais.

Porém, dos elementos estruturais constituintes de uma estrutura, os pilares são elementos cruciais para um bom funcionamento desta, uma vez que, em geral, o seu colapso desencadeia a rotura global da estrutura, pelo que é da maior relevância o estudo do comportamento deste elemento estrutural quando reforçado.

1.1. Reforço de pilares de Betão Armado

O reforço de pilares de betão armado está associado a um aumento da capacidade resistente deste elemento estrutural, quer à flexão, quer à compressão, ou a um aumento da sua ductilidade. Mediante as diversas técnicas de reforço de estruturas de betão armado, através da adição de elementos metálicos ou pelo método de encamisamento com betão, a resistência à flexão composta é melhorada, no entanto em situações onde a resistência à compressão é insuficiente, geralmente a técnica da encamisamento é mais eficiente [43].

A técnica de encamisamento caracteriza-se pelo aumento da secção transversal do pilar, podendo este aumento ser mais ou menos significativo consoante a espessura do material utilizado no encamisamento. Quando um pilar encamisado com materiais compósitos ou com chapas de aço é solicitado, mobiliza-se um efeito de confinamento materializado pela

deformação lateral do betão, sendo essa deformação a responsável pelo aumento da resistência à compressão do pilar. Todavia a resposta do betão confinado é influenciada pelas propriedades do material confinante, pois aquando da deformação lateral deste, o material confinante é solicitado e a sua resposta será diferente, para diferentes tipos de material. O efeito de confinamento pode ser obtido através de cintagem por armaduras transversais e/ou por encamisamento externo com compósitos ou chapas de aço [9].

1.2. Materiais compósitos

A crescente aposta na reabilitação de estruturas é acompanhada por um crescente interesse pela investigação nesta área, de modo a melhorar as técnicas tradicionais e a descobrir novos tipos de materiais com mais vantagens, quer ao nível de desempenho, quer a nível financeiro. Este movimento levou ao uso de polímeros reforçados com fibras (FRP) na reabilitação de estruturas, destacando-se os polímeros reforçados com fibras de carbono (CFRP), fibras de vidro (GFRP) e fibras de aramida (AFRP).

Estes materiais compósitos resultam de um princípio de heterogeneidade, essencialmente constituídos por dois materiais. Um apresenta grande resistência, elevado módulo de elasticidade e tem a forma de filamentos de pequeno diâmetro (fibras). O outro é macio, relativamente dúctil e envolve completamente o primeiro, permitindo boa transferência de tensões entre as fibras interlaminares e o plano (matriz) [29].

Ao longo desta dissertação os materiais compósitos serão referidos pela sigla FRP (*"Fiber Reinforced Polymer"*), denominados na língua portuguesa de *Polímeros Reforçados com Fibras*, utilizando a sigla CFRP para os polímeros reforçados com fibras de carbono, GFRP para polímeros reforçados com fibras de vidro e AFRP para polímeros reforçados com fibras de aramida.

1.2.1. Reforço de pilares com materiais compósitos

O confinamento de pilares através de encamisamento é uma técnica de reforço passivo, uma vez que a resistência do material confinante só é mobilizada quando são aplicadas cargas adicionais, permanentes ou variáveis, e/ou ocorram deformações adicionais [43].

O reforço de estruturas com materiais compósitos apresenta inúmeras vantagens em relação aos materiais homólogos tradicionais (Figura 1.1), destacando-se a elevada resistência, quer à tração, quer à fadiga, um baixo peso específico, bom amortecimento ao choque e a facilidade de aplicação. Contudo, também possui algumas desvantagens, nomeadamente o custo elevado, a baixa resistência ao fogo e a elevada toxicidade. Apesar de esta técnica possuir um custo mais elevado, poderá ser vantajosa a sua utilização, pois trata-se de uma técnica de fácil execução e derivado das características do material compósito, nem o peso próprio, nem as dimensões dos elementos estruturais a reforçar serão significativamente afetadas.

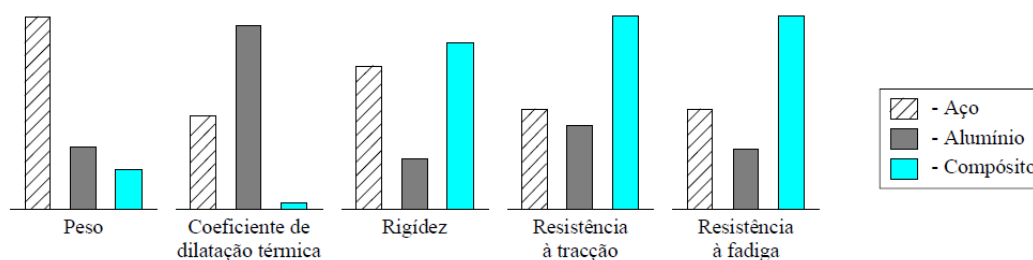


Figura 1.1 – Comparação de algumas propriedades entre o aço, alumínio e o compósito [29]

O reforço de pilares de betão armado por encamisamento com compósitos de FRP consiste na aplicação de tecidos ou mantas flexíveis de fibras de carbono, vidro ou aramídicas impregnadas em resina epoxídica e colocadas na envolvente do pilar. Esta técnica, derivado da sua flexibilidade, pode ser aplicada em pilares com as mais diversas secções, sendo que nas secções retangulares é necessário realizar o arredondamento das arestas. Este tipo de reforço é mais eficaz em pilares de secção circular e em regiões sísmicas revela-se bastante útil pois permite aumentar a ductilidade e resistência ao corte dos elementos reforçados [8].

Devido à curta história da aplicação de sistemas de reforço com compósitos de FRP, o conhecimento da evolução das propriedades do sistema no decorrer da vida útil da estrutura é reduzido. Assim, os valores de cálculo das propriedades dos sistemas de FRP são afetados por coeficientes de minoração, procurando ter em consideração os efeitos da exposição ambiental, história de carga e do tipo de aplicação do sistema. Estes materiais são extremamente sensíveis ao fogo, pois quando sujeitos a altas temperaturas as propriedades resistentes e de rigidez reduzem drasticamente, sendo também a ligação entre o compósito e o betão afetada. Sendo assim, torna-se necessário a colocação de um sistema de revestimento final de proteção ao fogo [51].

Dos materiais compósitos disponíveis no mercado, os polímeros reforçados com fibras de carbono (CFRP) destacam-se pela sua maior resistência à tração e pelo facto de possuir um módulo de elasticidade mais próximo do aço (Figura 1.2). Portanto, nesta dissertação será abordado o tema de pilares confinados com FRP, com especial destaque para as fibras de carbono.

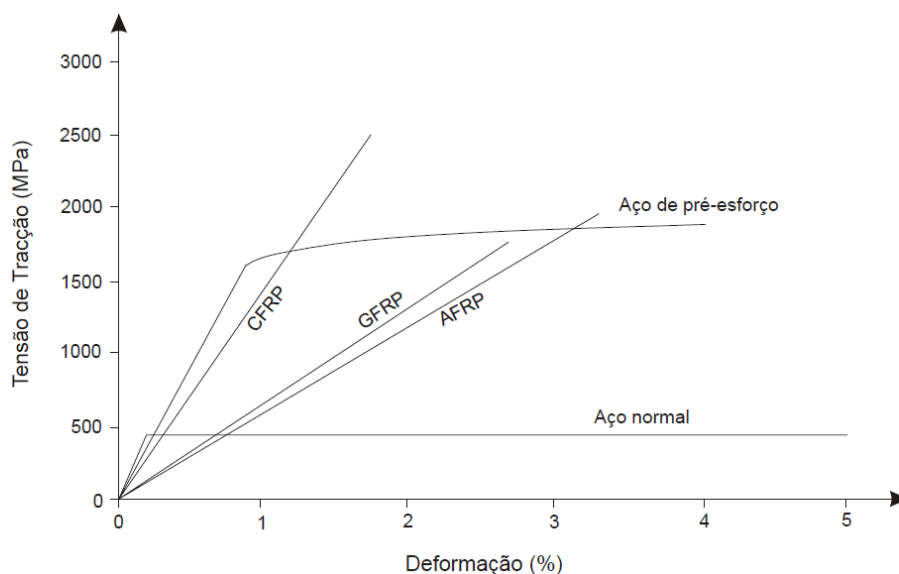


Figura 1.2– Comportamento à tracção de materiais compósitos e aço [43]

1.3. Objetivos da dissertação

Esta dissertação tem por objetivo o estudo da resposta de colunas confinadas com materiais compósitos, quando sujeitas a um carregamento axial e pilares reforçados com materiais compósitos sujeitos a um carregamento axial seguido de um carregamento lateral alternado.

A necessidade da investigação deste tema resulta da diversidade de modelos numéricos que atentam na previsão do comportamento mecânico de colunas de betão armado confinado, pelo que a modelação numérica poderá desempenhar um papel fundamental na definição de um modelo numérico e responder à necessidade de antecipar o modo de resposta de uma coluna confinada com materiais compósitos.

Assim, os objetivos assentam na identificação de modelos analíticos disponíveis na literatura sobre o comportamento de colunas de betão armado confinadas, seguindo-se a simulação computacional através do software *ATENA*, onde para o efeito, serão modeladas colunas de diferentes dimensões e sujeitas a diferentes tipos de confinamento e posteriormente a modelação de pilares de betão armado com diferentes tipos de reforço, sujeitos a flexão composta, por forma a verificar se o software consegue simular eficientemente o comportamento não linear de pilares de betão armado confinados com materiais compósitos.

1.4. Organização da dissertação

O presente documento encontra-se organizado em 7 capítulos, cujo conteúdo será de seguida exposto.

No primeiro capítulo é feita uma breve introdução ao tema, incluindo os objetivos propostos para esta dissertação. No segundo, é apresentado um breve resumo dos vários modelos de comportamento de betão armado confinado quando sujeitos a compressão uniaxial, onde é analisado primeiramente o comportamento do betão armado sujeito a

compressão uniaxial e posteriormente o comportamento do betão armado confinado sujeito a compressão uniaxial, onde serão apresentados os modelos analíticos mais adequados a este tipo de comportamento.

No terceiro capítulo apresenta-se a caracterização do comportamento plástico do betão, onde são referidos e explicados os critérios necessários para a definição deste tipo de comportamento, bem como apresentado um caso prático simples, tendo por fim uma melhor compreensão desta matéria.

No quarto capítulo é apresentado o comportamento de diferentes colunas de betão confinadas com materiais compósitos no plano meridional, onde se analisa o comportamento neste plano, identificando algumas características comuns às demais.

No quinto capítulo é descrito o modelo constitutivo de comportamento do betão, aço e FRP usado pelo programa de cálculo automático *ATENA*, bem como o tipo de elementos utilizados na modelação. É ainda feita uma descrição geral dos modelos numéricos onde é abordado o carregamento, os apoios e os parâmetros de solução.

No sexto capítulo apresenta-se a caracterização através de ensaios laboratoriais dos materiais betão, aço e FRP. Posteriormente são descritas as características geométricas das colunas e dos pilares ensaiados, procedendo-se de seguida à modelação numérica desses mesmos elementos. Ainda neste capítulo são comparados os resultados obtidos através da modelação numérica com os resultados experimentais e ainda com os resultados do modelo analítico para o caso das colunas.

No sétimo capítulo são relatadas as conclusões obtidas neste trabalho e sugeridas algumas recomendações para eventuais desenvolvimentos futuros.

Capítulo 2

Modelos de Comportamento de pilares de Betão Armado sujeitos a compressão uniaxial

O betão simples apresenta um comportamento frágil sob compressão uniaxial. A perda de rigidez após a rotura é mais acentuada quanto maior for a resistência à compressão do betão como se pode observar na Figura 2.1.

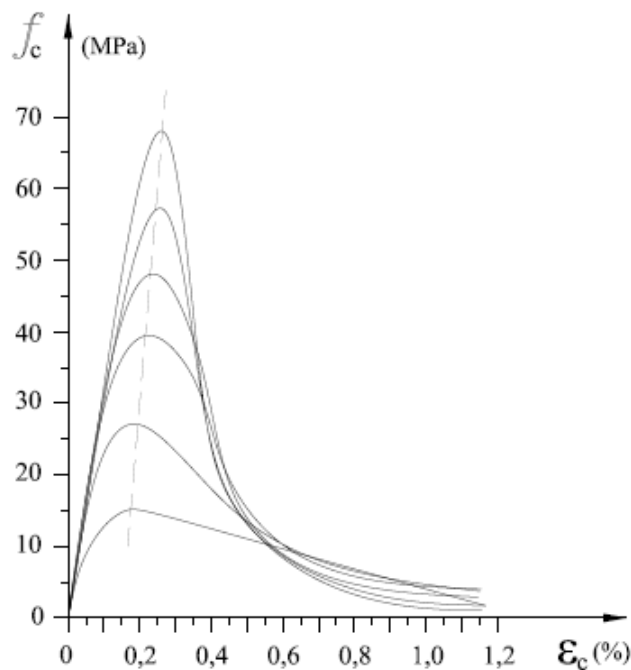


Figura 2.1 – Diagramas de tensão vs deformação para betões com diferentes resistências [7]

Uma coluna de betão de forma cilíndrica, quando sujeita a compressão uniaxial, encontra-se num estado de tensão axissimétrico, uma vez que apresenta simetria segundo o eixo axial, pelo que o valor da deformação lateral será igual, $\epsilon_l = \epsilon_2 = \epsilon_3$. Uma vez que o efeito de confinamento é condicionado pela deformação lateral do betão, ao estudar pilares de

betão, o problema é simplificado pois assume-se a deformação lateral igual em torno de toda a coluna.

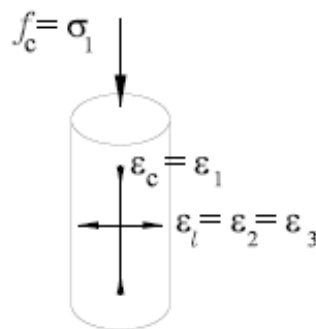


Figura 2.2 – Coluna sujeita a compressão uniaxial [7]

2.1. Comportamento mecânico do betão não confinado sob compressão uniaxial

Quando sujeito a compressão uniaxial, o comportamento do betão atravessa 3 fases distintas, uma fase inicial caracterizada por uma relação entre a tensão e a deformação linear, sendo que nesta fase a fendilhação existente no betão é estável, terminando para cerca de 30% da resistência à compressão desse mesmo betão. Com o aumento da tensão de compressão, a fendilhação aumenta, sendo a sua propagação estável, começando o diagrama de tensão-deformação a exibir um comportamento curvilíneo. Entre os 75 e 80% do valor da resistência à compressão do betão, a fendilhação torna-se instável, tendo-se atingido a tensão crítica (Figura 2.3).

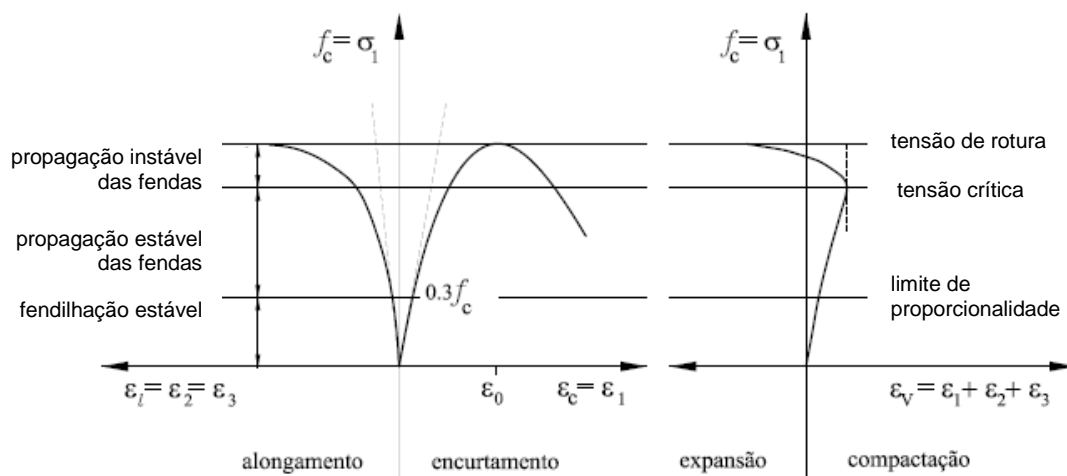


Figura 2.3 – Curva tensão-deformação do betão sujeito a compressão uniaxial, adaptado [7]

2.2. Comportamento mecânico do betão confinado sob compressão uniaxial

Segundo Ferreira [22], o mecanismo de encamisamento depende de dois fatores, a tendência do betão para se dilatar transversalmente quando comprimido e da rigidez radial dos elementos confinadores.

Na Figura 2.4 é apresentada a comparação esquemática entre o betão não confinado com diferentes tipos de confinamento, podendo observar-se que o confinamento de betão por armaduras transversais, independentemente do espaçamento destas, quando comparado com o betão não confinado apresenta uma maior ductilidade. Relativamente ao confinamento com FRP, verifica-se que em comparação com o betão confinado por armaduras transversais (cintas) apesar da ductilidade do betão ter um ligeiro aumento, constata-se um aumento significativo na resistência à compressão do betão.

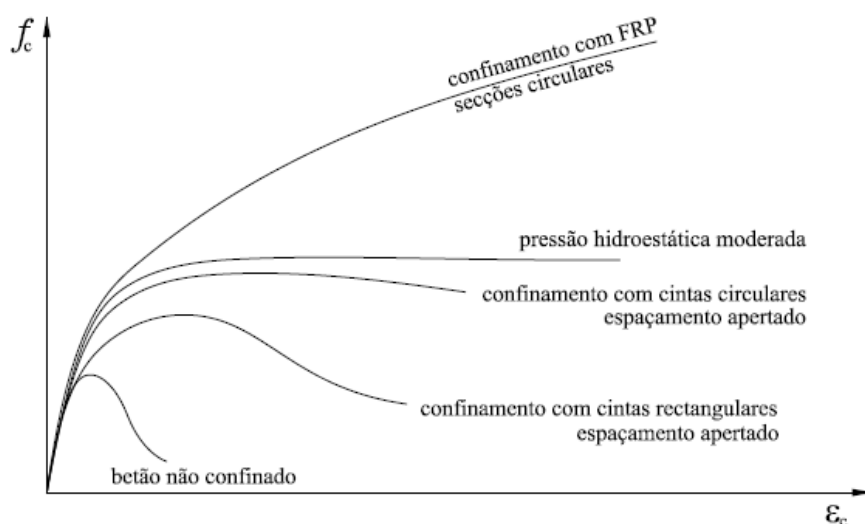


Figura 2.4 – Diagramas tensão-deformação do betão com diferentes tipos de confinamento [7]

2.2.1. Betão confinado com FRP

A Universidade Nova de Lisboa tem desenvolvido bastante investigação neste domínio, em especial devido aos trabalhos de investigação de Chastre [7, 9-13], Faustino Marques [18-21], Paula [37, 38] e Silva [45-47].

Como visto anteriormente, o betão confinado com FRP tem um aumento considerável, quer na sua resistência à compressão, quer na sua ductilidade. Contudo, estas variações são dependentes da forma da secção do pilar, como se pode observar na Figura 2.5, sendo mais eficiente para um secção circular, como demonstrado por Raquel de Paula [38].

Para além da geometria da secção, a direção em que as fibras são aplicadas é também um fator a ter em consideração, sendo mais recorrente a aplicação das fibras com direção perpendicular à ação das cargas, pelo que no caso de um pilar sujeito a compressão axial as fibras devem ser orientadas como demonstrado na Figura 2.6.

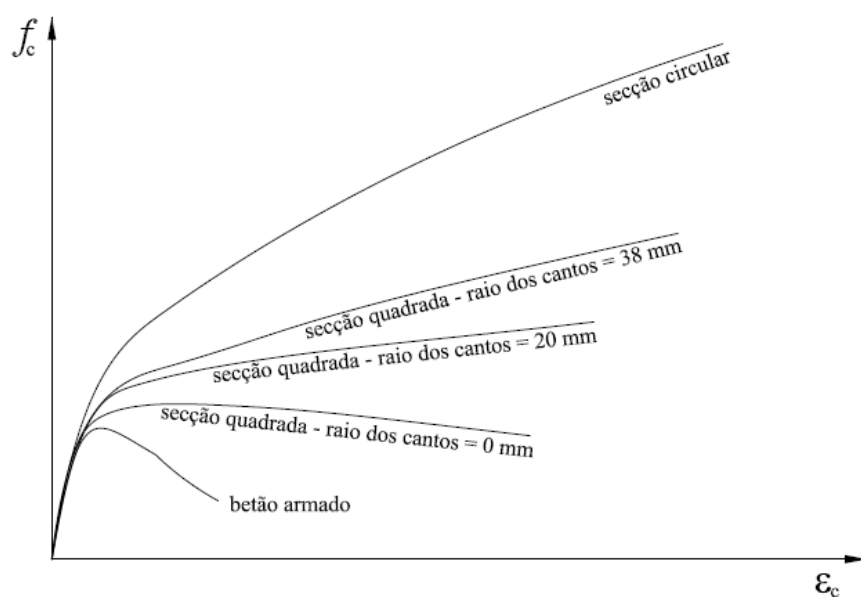


Figura 2.5 – Diagramas tensão-deformação de pilares confinados com FRP, de diferentes secções [7]



Figura 2.6 – Exemplo da aplicação do tecido de FRP no confinamento de pilares [22]

Quando o pilar de secção circular é sujeito a uma compressão axial, devido ao efeito de Poisson, este sofre deformações laterais, conseqüentes da expansão lateral do betão. Uma vez confinado com FRP essa expansão lateral será impedida pelo tecido de FRP, criando pressão lateral, podendo essa pressão ser determinada por equilíbrio de forças, como demonstrado na Figura 2.7.

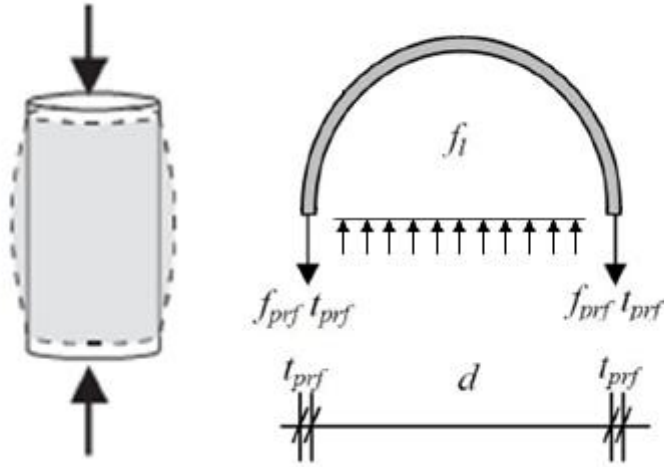


Figura 2.7 – A ação do confinamento em secções circulares, adaptado [40]

Assim sendo, a pressão lateral, f_l , pode ser obtida através da expressão:

$$f_l = \frac{2 t_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp}}{d} = \frac{\rho_{frp} f_{frp}}{2} \quad (2.1)$$

Onde E_{frp} representa o módulo de elasticidade do FRP, f_{frp} e ε_{frp} representam o valor da tensão e da extensão no FRP, respectivamente. t_{frp} representa a espessura total do FRP, D corresponde ao diâmetro da coluna de betão e ρ_{frp} representa o rácio volumétrico do FRP, dado pela seguinte expressão:

$$\rho_{frp} = \frac{\pi d t_{frp}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4 t_{frp}}{D} \quad (2.2)$$

2.2.1.1. Modelos analíticos de pilares confinados com compósitos de FRP

Ao longo dos anos foram surgindo inúmeros modelos na literatura para caracterizar o comportamento do betão confinado com FRP em secções circulares. Ozbakkaloglu [35] efetuou uma compilação de todos os modelos propostos até à data, tendo referido cerca de 68 modelos de tensão-deformação para betão confinado com FRP, tendo sido a maioria destes modelos desenvolvidos através de regressões e calibrados a partir de ensaios à compressão de betão confinado com CFRP.

Apesar dos inúmeros modelos existentes para retratar o comportamento do betão confinado com FRP, a maioria os modelos mencionados por Ozbakkaloglu [35] referem-se a betão simples. Uma vez que nas estruturas, os pilares são compostos por betão armado,

tornando a maioria destes modelos não adequados para reproduzir o comportamento desses pilares, sendo apenas referenciados 3 modelos para betão armado, verificando-se a existência de poucos modelos para pilares de betão armado.

Faustino Marques [19] analisou 9 modelos analíticos de pilares confinados com compósitos de FRP e comparou-os com resultados experimentais obtidos para 3 colunas de betão armado com diferentes dimensões e confinados com CFRP, estando referidas as características de cada coluna na Tabela 2.1 e a respetiva pormenorização das armaduras na Figura 2.8

Tabela 2.1 – Características das colunas de betão armado

Dimensões da coluna		Armadura		Confinamento de CFRP		
Diâmetro (mm)	Altura (mm)	Longitudinal	Transversal	Tipo de tecido	Nº de camadas	Espessura (mm)
150	750	6ø6	Ø3//.10	Replark 30	2	0,167
250	750	6ø12	Ø6//.15	MBrace C1-30	2	0,176
400	2000	10ø12	Ø8//.14	S&P C240	5	0,117

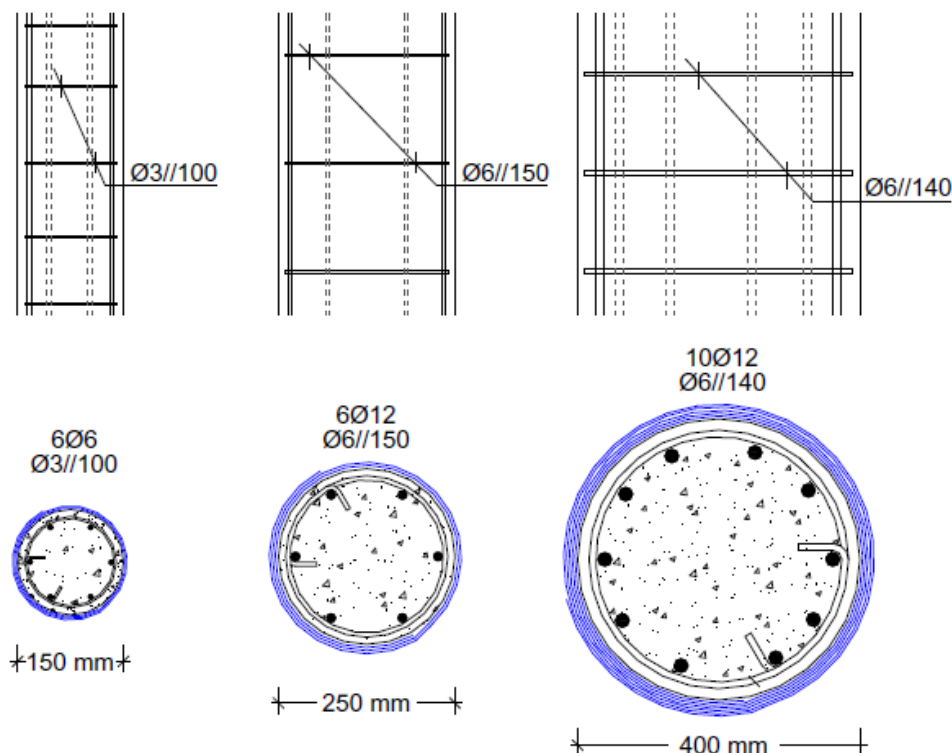


Figura 2.8 – Pormenorização das armaduras das 3 colunas [19]

Os modelos analíticos para pilares confinados aos quais foram comparados os resultados dos ensaios obtidos para as 3 colunas são o modelo de Mirmiran and Shahawy [33,

34], Spoelstra and Monti [52], Fam and Rizkall [17], Teng et al. [53], Samaan et al. [42], Toutanji [54], Saafi et al. [41], Toutanji revisto [32] e Chastre & Silva [12].

Relativamente aos modelos analisados por Faustino Marques [19], apenas o modelo de Chastre & Silva [12] foi desenvolvido para pilares de betão armado e possivelmente por essa razão é este o modelo que apresenta melhores resultados quando comparado com os restantes, quer em termos de esforço axial (N_{cc}), quer em termos de extensão axial (ϵ_{cc}).

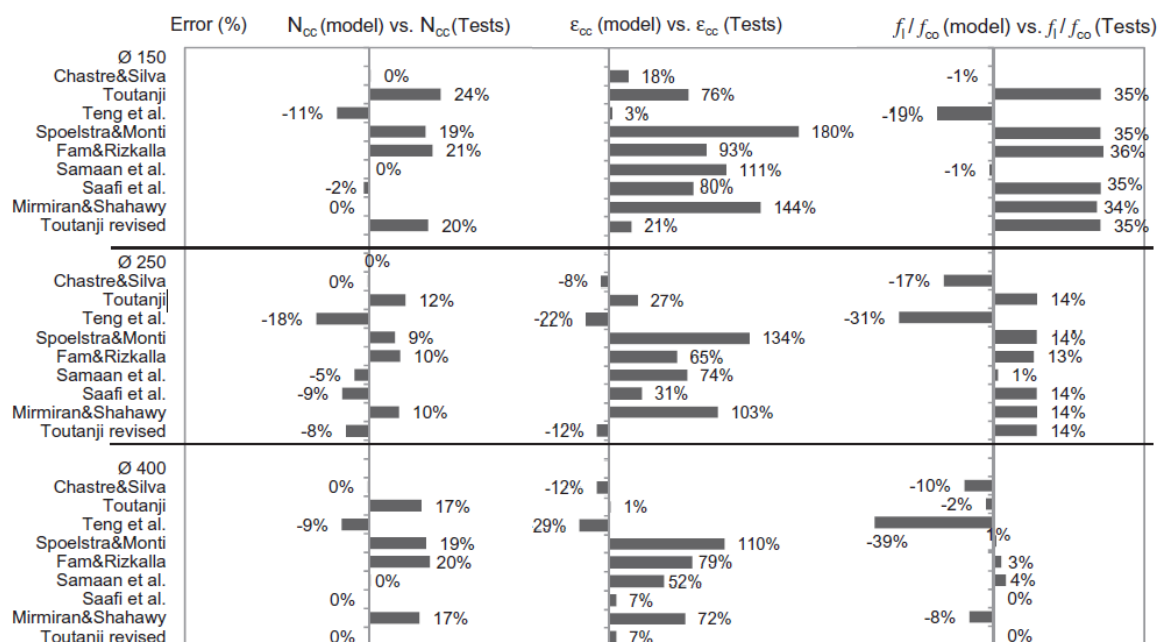


Figura 2.9 – Resumo do erro obtido para os diferentes modelos, adaptado [19]

Neste sentido considerou-se que o modelo de Chastre & Silva [12] seria o modelo mais adequado para a análise em consideração.

2.2.1.2. Diagrama tensão – deformação do betão confinado com CFRP

Segundo Ozbakkaloglu [35], existem 3 tipos de diagramas de tensão-deformação, sendo o modelo de Chastre & Silva [12], pertencente ao tipo III, composto por uma região inicial ascendente descrita por uma parábola, seguida de uma segunda região descrita por uma secção aproximadamente linear. O tipo III é subdividido em 3 diferentes diagramas, caracterizados por a), b) e c), sendo o modelo em análise pertencente ao tipo III b) (Figura 2.10).

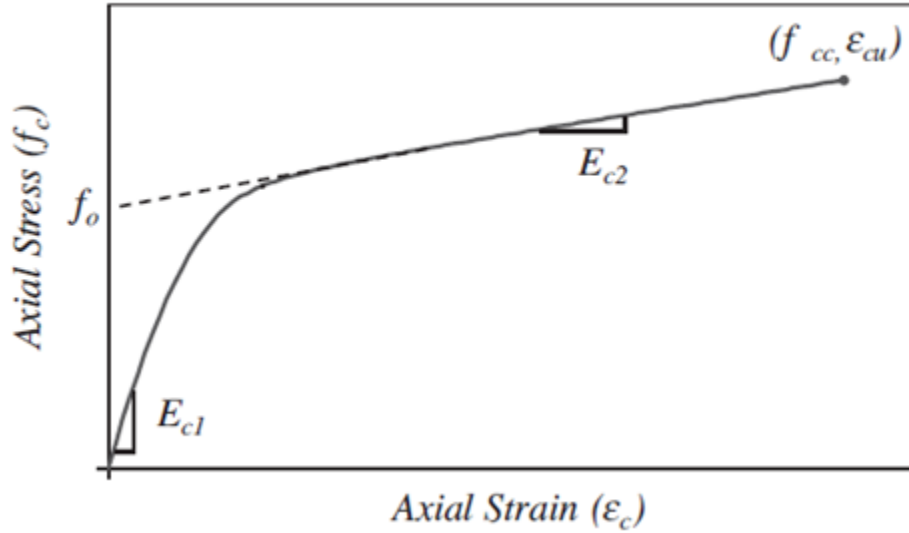


Figura 2.10 – Diagrama tensão-deformação de betão confinado, tipo III b) [35]

Este tipo de modelo é definido por quatro parâmetros (E_{c1} , E_{c2} , f_0 e n) e baseia-se na expressão proposta por Richard e Abbott (1975). O modelo original é definido por duas inclinações, a inclinação inicial correspondente à parte elástica (E_{c1}), muitas vezes admitindo-se igual ao módulo de elasticidade do betão confinado, e uma segunda inclinação pós-pico (E_{c2}). Estes valores podem ser obtidos através das seguintes expressões:

$$f_c = \frac{(E_{c1} - E_{c2})\varepsilon_c}{\left\{1 + \left[\frac{(E_{c1} - E_{c2})\varepsilon_c}{f_0}\right]^n\right\}^{\frac{1}{n}}} + E_{c2}\varepsilon_c \quad (2.3)$$

$$f_{cc} = f_0 + E_{c2}\varepsilon_{cu} \quad (2.4)$$

Sendo n uma constante polinomial que serve para suavizar a transição entre os dois segmentos de reta, dada pela seguinte expressão:

$$n = 1 + \frac{1}{\frac{E_{c1}}{E_{c2}} - 1} \quad (2.5)$$

2.2.1.3. Modelo de Chastre & Silva (2010)

O modelo proposto por estes dois autores permite prever o comportamento tensão-deformação de pilares de betão armado de secção circular confinados com FRP sob compressão monotónica, os valores da resistência à compressão do betão confinado com CFRP (f_{cc}), a sua respetiva deformação axial (ε_{cc}) e deformação lateral (ε_{lu}).

De acordo com os autores, o valor da resistência à compressão do betão confinado (f_{cc}) pode ser obtido pela relação da resistência à compressão do betão simples (f_D) com a pressão lateral de confinamento (f_{lu}), através da expressão (2.6).

$$f_{cc} = f_D + k_1 f_{lu} \text{ (MPa)} \quad (2.6)$$

A calibração desta equação foi efetuada através da regressão linear (Figura 2.11) dos resultados obtidos experimentalmente por estes autores e por valores de estudos anteriores realizados por Matthys S. [31], Paula [38] e Braga [2]. Os resultados utilizados são de provetes com um rácio de esbelteza entre 3 e 5, um diâmetro entre 150 e 400 mm e uma percentagem de armadura longitudinal entre 0 e 1,4%. Através da calibração, os autores concluíram que um valor para $k_1 = 5,29$ era o que se adequava melhor aos resultados.

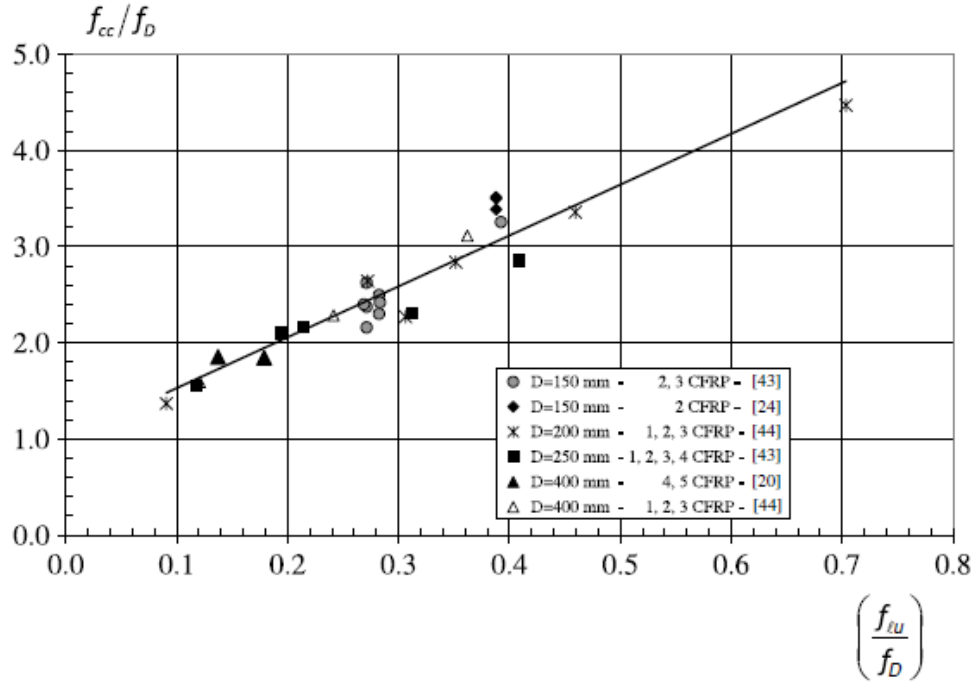


Figura 2.11 – Relação entre f_{cc} , f_D e f_{lu} para pilares de betão com diâmetro entre 150 e 400 mm, confinados com CFRP [12]

A resistência à compressão do betão simples (f_D), pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$f_D = \alpha f_{c0} \text{ (MPa)} \quad (2.7)$$

Onde o efeito de escala entre a resistência à compressão do betão simples e a resistência à compressão em provetes cilíndricos de betão é dado pelo parâmetro α :

$$\alpha = \frac{1,5 + \frac{D}{H}}{2} \quad (2.8)$$

Sendo D e H os respetivos diâmetro e altura do provete de betão.

A pressão lateral de confinamento (f_{lu}), é dada pela soma da contribuição do tecido de CFRP (f_{ju}) e dos estribos (f_{shu}):

$$f_{lu} = f_{ju} + f_{shu} \text{ (MPa)} \quad (2.9)$$

$$f_{ju} = \frac{2t}{D} E_f \varepsilon_{fu} \quad (2.10)$$

$$f_{shu} = \frac{2 A_{sw}}{d_w s} f_{sw} \quad (2.11)$$

Onde t é a espessura do tecido de CFRP e ε_{fu} a sua deformação máxima, E_f o módulo de elasticidade do CFRP, A_{sw} a área da secção transversal dos estribos, d_w o diâmetro dos estribos de aço e s o espaçamento entre estribos.

A resistência à tração do aço dos estribos (f_{sw}) depende da deformação lateral do provete de betão (ε_{lu}) e do módulo de elasticidade do aço (E_s):

$$f_{sw} = \begin{cases} E_s \frac{d_w}{D} \varepsilon_{lu} & , \varepsilon_{lu} < \frac{D}{d_w} \varepsilon_y \\ f_y & , \varepsilon_{lu} \geq \frac{D}{d_w} \varepsilon_y \end{cases} \quad (2.12)$$

Vários autores, nomeadamente Samaan et al. [42], Lam e Teng [30] e Matthys [31] confirmam a evidência experimental de que a deformação lateral no provete (ε_{lu}) é menor que a deformação de rotura do CFRP (ε_{fu}). Sendo proposto por Matthys et al. [32] um fator de redução, β com o valor de 0,6:

$$\varepsilon_{lu} = \beta \varepsilon_{fu} = 0,6 \beta \varepsilon_{fu} \quad (2.13)$$

A deformação axial na rotura (ε_{cc}) é dada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_{cc} = k_2 \varepsilon_{c0} \left(\frac{f_{lu}}{f_D} \right)^{0,7} \quad (2.14)$$

Onde ε_{c0} é adotado do Eurocódigo 2:

$$\varepsilon_{c0} = \frac{0,7}{1000} (f'_{c0})^{0,7} \quad (2.15)$$

A expressão (2.14) foi calibrada por uma regressão utilizando os dados dos pilares de betão com diâmetro entre 150 e 400 mm, confinados com CFRP, tendo sido obtido um valor para k_2 de 17,65.

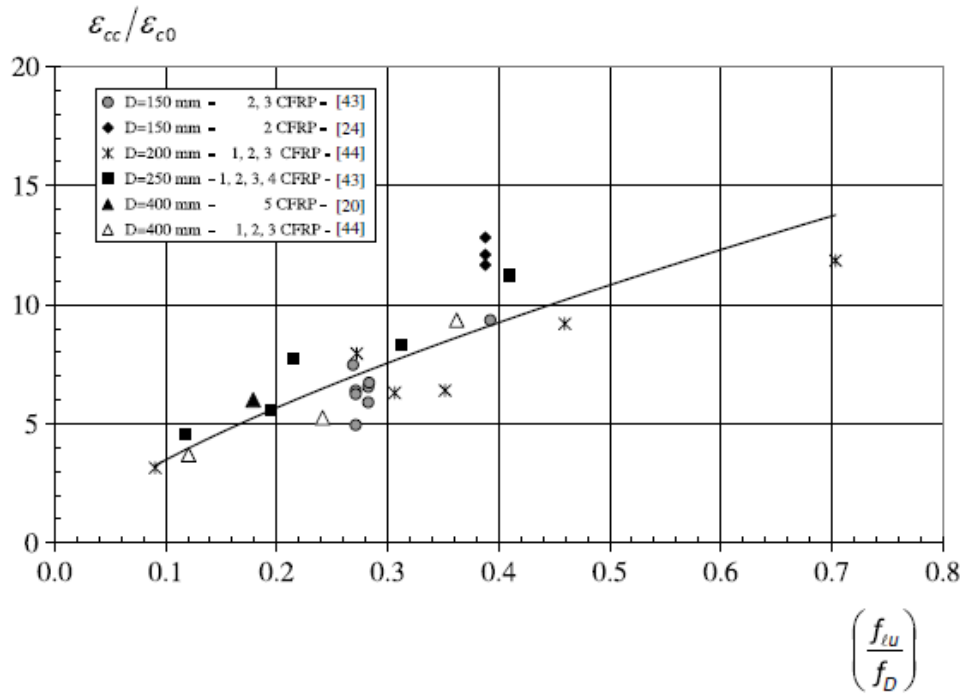


Figura 2.12 – Relação entre $\varepsilon_{cc}/\varepsilon_{c0}$ e f_{lu}/f_D para pilares de betão com diâmetro entre 150 e 400 mm, confinados com CFRP [12]

Como visto anteriormente, o modelo proposto por Chastre & Silva é um modelo que adota um diagrama definido por 4 parâmetros (E_{c1} , E_{c2} , f_0 e n), tendo os autores definido um modelo dependente da extensão lateral, o que origina dois diagramas, onde são representadas em simultâneo as extensões lateral e axial, tendo os autores definido diferentes parâmetros para cada um dos diagramas. No diagrama referente à extensão axial foram definidos 3 parâmetros, E_{c1} , E_{c2} e f_0 , no que diz respeito ao diagrama relativo à extensão lateral foram definidos outros 3 parâmetros, E_{c1l} , E_{c2l} e f_{0l} , tendo sido definida a constante polinomial n igual a 2 para ambos os diagramas.

Relativo ao diagrama referente à extensão axial, os 3 parâmetros são definidos através das seguintes expressões:

$$E_{c1} = 3950 \sqrt{f_0} \quad (2.16)$$

$$E_{c2} = 0,8 E_{cc} \sqrt{\frac{f_{lu}}{f_0}} \quad (2.17)$$

$$f_0 = f_D + 1,28 f_{lu} \quad (2.18)$$

Onde E_{cc} pode ser estimado a partir da seguinte expressão:

$$E_{cc} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.19)$$

A resistência à compressão neste caso pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$f_c = \frac{(E_{c1} - E_{c2})\varepsilon_c}{\left[1 + \left(\frac{(E_{c1} - E_{c2})\varepsilon_c}{f_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} + E_{c2}\varepsilon_c \leq f_{cc} \quad (2.20)$$

Relativo ao diagrama referente à extensão lateral, as expressões que definem os 3 parâmetros são:

$$E_{c1l} = \frac{E_{c1}}{\nu} \quad (2.21)$$

$$E_{c2l} = 510 f_{lu}^{1,16} f_D^{-0,16} \quad (2.22)$$

$$f_{0l} = 1,25 f_D + 0,5 f_{lu} \quad (2.23)$$

Podendo a resistência à compressão ser obtida pela seguinte expressão:

$$f_c = \frac{(E_{c1l} - E_{c2l})\varepsilon_l}{\left[1 + \left(\frac{(E_{c1l} - E_{c2l})\varepsilon_l}{f_0}\right)^n\right]^{\frac{1}{n}}} + E_{c2l}\varepsilon_l \leq f_{cc} \quad (2.24)$$

No modelo de Chastre & Silva [12], é fixada a deformação lateral de rotura (ε_{lu}), obtida em (2.13), de seguida aplicando as expressões (2.21), (2.22), (2.23) e (2.24) é obtida a curva de tensão deformação correspondente à deformação lateral, sendo a máxima resistência à compressão do betão confinado com CFRP (f_{cc}) obtida para um valor de deformação lateral correspondente à deformação lateral na rotura do provete ($\varepsilon_l = \varepsilon_{lu}$). Aplicando as expressões (2.16), (2.17), (2.18), (2.19) e (2.20) obtém-se a curva de tensão deformação correspondente à deformação axial, sendo a máxima deformação axial (ε_{cc}) atingida para um valor de resistência à compressão do betão (f_c) correspondente à máxima resistência à compressão do betão confinado com CFRP (f_{cc}).

Para simular o comportamento de pilares de betão armado reforçados com compósitos sujeitos a compressão monotónica, o esforço axial é obtido através da seguinte expressão:

$$N_c = A_c f_c + A_s f_s \quad (2.25)$$

Onde N_c é o esforço axial, A_c e A_s são as áreas transversais de betão e de aço respetivamente, f_c é obtido através das expressões (2.20) ou (2.24) e f_s definido através da seguinte expressão:

$$f_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_c & , \varepsilon_c < \varepsilon_y \\ f_y & , \varepsilon_c \geq \varepsilon_y \end{cases} \quad (2.26)$$

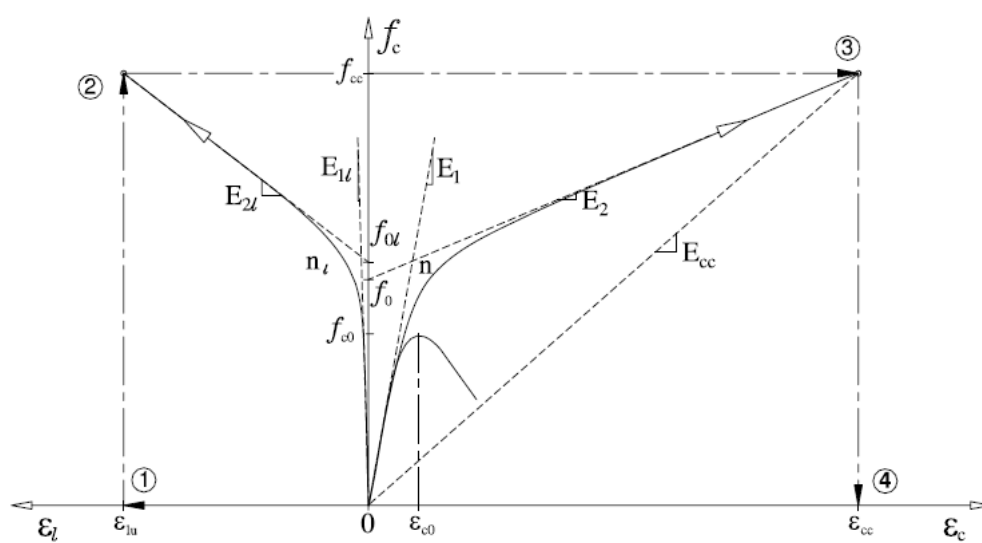


Figura 2.13 – Modelo proposto para betão sujeito a compressão monotónica [12]

Capítulo 3

Plasticidade do betão

Sendo o betão um material com um comportamento não-linear, a fim de se tentar reproduzir o comportamento deste material quando confinado com FRP, foram definidos inúmeros modelos, de entre os quais não se evidencia nenhum, devido à complexidade do problema. Contudo, todos estes modelos têm em comum a particularidade de atribuir ao betão confinado um comportamento elasto-plástico, caracterizado por uma fase inicial em que este tem uma resposta em regime elástico e a partir de um determinado nível de tensão, um comportamento plástico.

Apresentando o material um comportamento elástico inicial, até um determinado valor de tensão, tensão limite elástica ou tensão de cedência, após a qual o material apresenta deformação plástica.

A fim de se caracterizar melhor este comportamento do betão, admitindo pequenas deformações, o tensor das extensões será decomposto em duas componentes, uma elástica e outra plástica, sendo vantajoso definir modelos matemáticos que traduzam os distintos fenómenos em separado. Segundo Jorge e Dinis [28], o comportamento elástico será definido pela teoria da elasticidade, enquanto o fenómeno da plasticidade será definido por um modelo constitutivo, que terá de ter em conta os seguintes elementos:

- Critério de cedência, indicando o nível de tensão, em termos do tensor das tensões, a partir do qual se dá início à plastificação;
- Lei de endurecimento/amolecimento que defina, após o início da plastificação, como depende o critério de cedência com a evolução da deformação plástica;
- Regra de escoamento para definir a relação entre tensão e deformação pós plastificação, admitindo deformação total (componente elástica + plástica).

3.1. Critérios de cedência

Para definir o comportamento plástico de um material é recorrente controlar-se a plasticidade através do estado de tensões, sendo necessário para tal definir o critério de cedência:

$$f(\sigma) \leq 0 \quad (3.1)$$

Através deste critério é possível definir uma superfície de cedência, $f(\sigma) = 0$, que delimita o estado de tensões admissível para este tipo de material.

Para ocorrerem deformações plásticas o estado de tensão a que o material se encontra sujeito deverá encontrar-se sobre a superfície de cedência, representado pela igualdade da expressão (3.1), caso contrário o material apresenta uma resposta em regime elástico, permanecendo as deformações plásticas constantes ou nulas caso não exista registo de estados de tensão localizados sobre a superfície de cedência [48].

Genericamente a superfície de cedência pode sofrer alterações com o aparecimento de deformações plásticas, admitindo-se nos modelos utilizados para caracterizar a evolução da superfície de cedência que esta possa sofrer uma dilatação (mantendo a forma e origem no espaço das tensões), conduzindo a um aumento na resistência do material, denominando-se por endurecimento isotrópico (*hardening* na nomenclatura inglesa). Por outro lado, caso se verifique uma contração da superfície de cedência, procedida de uma redução da resistência, denomina-se de amolecimento (*softening* na nomenclatura inglesa) [48].

Assim, a superfície de cedência fica dependente não apenas do estado de tensão do material, mas também do estado de endurecimento do mesmo, sendo este estado controlado pelas deformações plásticas ocorridas.

3.1.1. Invariantes da tensão

De acordo com Chen [14], a superfície de cedência para um material isotrópico deverá ser definida por uma função baseada num estado de tensão, que não dependa do sistema de coordenadas, sendo portanto um estado de tensão invariante. Os três principais invariantes representam as raízes da seguinte equação do terceiro grau:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (3.2)$$

Para encontrar os invariantes é necessário admitir um tensor das tensões genérico (Figura 3.1):

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Figura 3.1 - Esquema representativo de um estado de tensões [15]

Assim, os invariantes I_1 , I_2 e I_3 são dados por:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (3.3)$$

$$I_2 = (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) - (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (3.4)$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

Em termos de tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 os invariantes são dados por:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3.6)$$

$$I_2 = (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \quad (3.7)$$

$$I_3 = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (3.8)$$

Geralmente o tensor das tensões pode ser decomposto num tensor hidrostático ou de tensões médias, σ_m que envolve apenas estados puros de compressão (ou tração), e num tensor desviador, s :

$$\sigma = s + \sigma_m \delta_{ij} \quad (3.9)$$

Onde σ_m (tensor hidrostático ou de tensões médias) é definida por:

$$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) = \frac{1}{3}I_1 \quad (3.10)$$

O tensor desviador, s pode ser obtido pela diferença entre a tensão total e a tensão hidrostática:

$$s = \sigma - \sigma_m \delta_{ij} \quad (3.11)$$

Onde δ_{ij} representa o *delta de Kronecker* que assume o valor da unidade para $i=j$ e um valor nulo para $i \neq j$.

O tensor desviador é então dado por:

$$s = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix}$$

Analogamente ao tensor das tensões, também podem ser obtidos os invariantes para o tensor desviador, J_1 , J_2 e J_3 , dados pelas seguintes expressões:

$$J_1 = (\sigma_x - \sigma_m) + (\sigma_y - \sigma_m) + (\sigma_z - \sigma_m) = 0 \quad (3.12)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \quad (3.13)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_m \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Em termos de tensões principais σ_1, σ_2 e σ_3 os invariantes são dados por:

$$J_1 = 0 \quad (3.15)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.16)$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \frac{I_1}{3})(\sigma_2 - \frac{I_1}{3})(\sigma_3 - \frac{I_1}{3}) \quad (3.17)$$

3.1.2. Interpretação geométrica dos invariantes

Geometricamente, um estado de tensão pode ser representado num espaço tridimensional através de um ponto, podendo-se admitir as suas coordenadas como sendo as tensões principais, num espaço definido pelos eixos coordenados, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Apesar de esse ponto poder representar dois estados de tensão diferentes (que difiram na localização dos eixos principais), em termos de tensões principais, estes coincidirão em ambos os estados de tensão.

O critério de cedência de um material também poderá ser representado geometricamente, formando uma superfície, que é função das tensões principais:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (3.18)$$

Contudo, a representação desta superfície torna-se mais simples através do 1º invariante do tensor das tensões e do 2º e 3º invariantes do tensor desviador:

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0 \quad (3.19)$$

Todavia, a superfície de cedência pode ser escrita em função de outros invariantes da tensão, ξ, ρ e θ , também conhecidos como coordenadas de Haigh-Westergaard:

$$f(\xi, \rho, \theta) = 0 \quad (3.20)$$

Onde,

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.21)$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} = \sqrt{\frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3.22)$$

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{\frac{3}{2}}} \quad (3.23)$$

Considerando o caso de tensão puramente hidrostática, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$, este estado de tensão em termos de coordenadas de Haigh-Westergaard é representado apenas pelo invariante ξ , pelo que este invariante represente a componente hidrostática de um estado de tensão.

Podendo geometricamente representar-se um estado de tensão num eixo de coordenadas definido pelas tensões principais, é também possível de efetuar essa mesma interpretação geométrica através de um sistema de eixos definido pelas coordenadas de Haigh-Westergaard. Neste sistema de eixos o eixo definido pelo invariante ξ , eixo hidrostático, é definido pela condição representativa de um estado de tensão puramente hidrostático. Atentado agora num plano perpendicular a este eixo, definido pela condição: $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{constante}$ e denominado de plano deviatórico, para qualquer estado de tensão, o ponto representativo desse estado estará sobre o plano deviatórico, ou plano π e a grandeza da distância entre esse ponto e o eixo hidrostático é definido pelo invariante ρ . Restando apenas o invariante θ , denominado de *lode angle* na nomenclatura inglesa, que representa o ângulo entre o eixo deviatórico, ρ e o eixo paralelo a σ_1 , como é possível de observar na Figura 3.2.

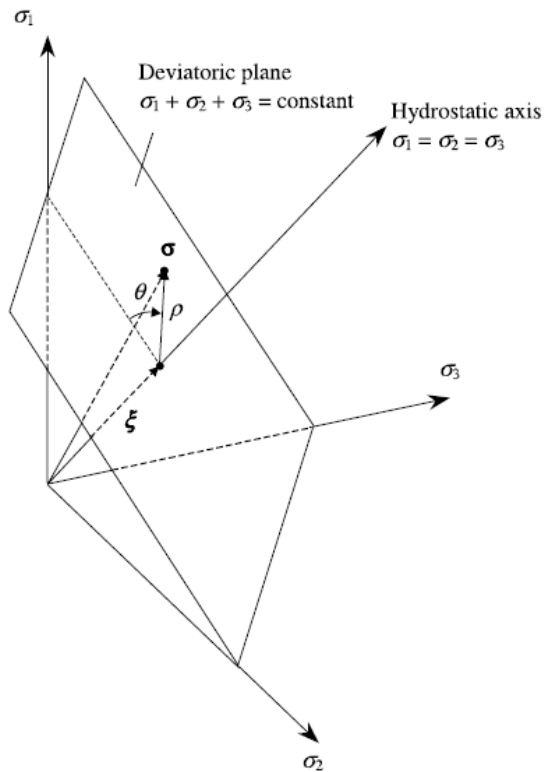


Figura 3.2 - Espaço de tensões de Haigh–Westergaard, adaptado de [25]

O invariante θ é controlado pela relação entre a tensão principal intermédia, σ_2 , com a maior ou a menor tensão principal, atendendo a que as tensões principais serão definidas segundo a seguinte condição:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (3.24)$$

Para o caso em que a tensão principal intermédia seja igual à menor tensão principal, σ_3 , o *lode angle* toma o valor de 60° , por sua vez se a tensão principal intermédia for igual ao valor da maior tensão principal, σ_1 , o invariante toma o valor de 0° .

A utilização das coordenadas de Haigh-Westergaard facilita a interpretação tridimensional do estado de tensão, uma vez que estas podem ser interpretadas no plano (ξ, ρ) , plano meridional, para o caso do invariante θ ser constante, ou então no plano (ρ, θ) , plano deviatórico, no caso do invariante ξ tomar valores constantes. Contudo, ao observar-se o comportamento da superfície de cedência nestes dois planos e nenhum desses invariantes seja constante, a visualização tridimensional dessa mesma superfície será facilitada [55].

3.1.3. Superfícies de cedência

Dependendo do material em análise, o mecanismo de rotura é diferente para gamas de materiais diferentes, não existindo um critério universal de cedência. Para o material em estudo, o betão, este apresenta um comportamento complexo, que depende, entre outros, das propriedades físicas e mecânicas do agregado e do cimento, bem como o tipo de carregamento. Sendo visivelmente difícil definir um modelo matemático que descreva o comportamento exato do betão sujeito a todos os tipos de carregamentos, podem ser encontrados na literatura muitos modelos, sendo uns mais complexos que outros. Para o cálculo manual é usual utilizar-se modelos mais simples, definidos por apenas um ou dois parâmetros, relativamente ao cálculo automático é usual utilizar-se modelos definidos por três, quatro ou cinco parâmetros [14].

De entre os modelos disponíveis na literatura, os critérios de Mohr-Coulomb e de Drucker-Prager são os mais utilizados na definição da superfície de cedência do betão, contudo a sua definição por apenas dois parâmetros, ângulo de atrito interno e coesão do material, torna a sua utilização na modelação computacional do betão não tão adequada quanto a utilização de uma superfície definida por três ou mais parâmetros.

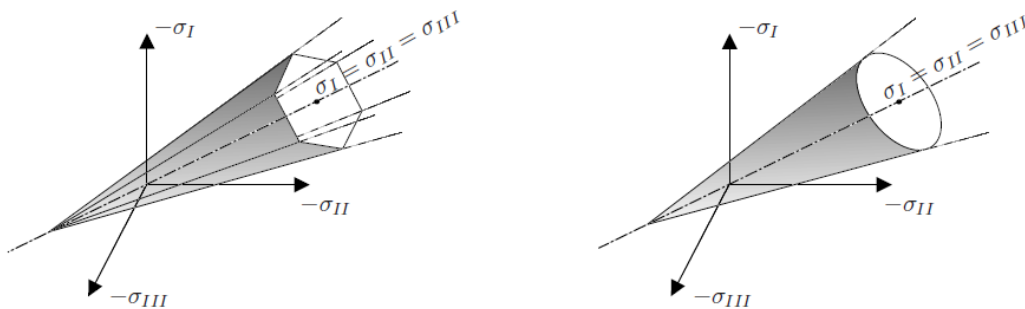


Figura 3.3– Espaço de tensões de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager [48]

3.1.3.1. Critério de Willam-Warnke

O critério de Willam-Warnke é um critério que tenta capturar as principais características do comportamento do betão sob carregamento triaxial. A formulação deste critério incorpora o efeito das três tensões principais e é expresso em função de três invariantes da tensão, conhecidos por coordenadas de Haigh-Westergaard, $(\xi, \rho \text{ e } \theta)$.

As coordenadas de Haigh-Westergaard são equiparadas a coordenadas cilíndricas no espaço, onde a definição da envolvente da superfície pelo eixo deviatórico $\rho(\theta)$ se caracteriza por uma elipse triplamente simétrica, definida pela seguinte função elíptica:

$$r(\theta, e) = \frac{4(1 - e^2)\cos^2\theta + (2e - 1)^2}{2(1 - e^2)\cos\theta + (2e - 1)[4(1 - e^2)\cos^2\theta + 5e^2 - 4e]^{1/2}} \quad (3.25)$$

Onde a excentricidade e , descreve a circularidade da superfície, tomando valores no intervalo $0,5 < e \leq 1$, assumindo a superfície a forma circular para $e=1$ e uma forma triangular para o valor de 0,5, como é possível de observar na Figura 3.4.

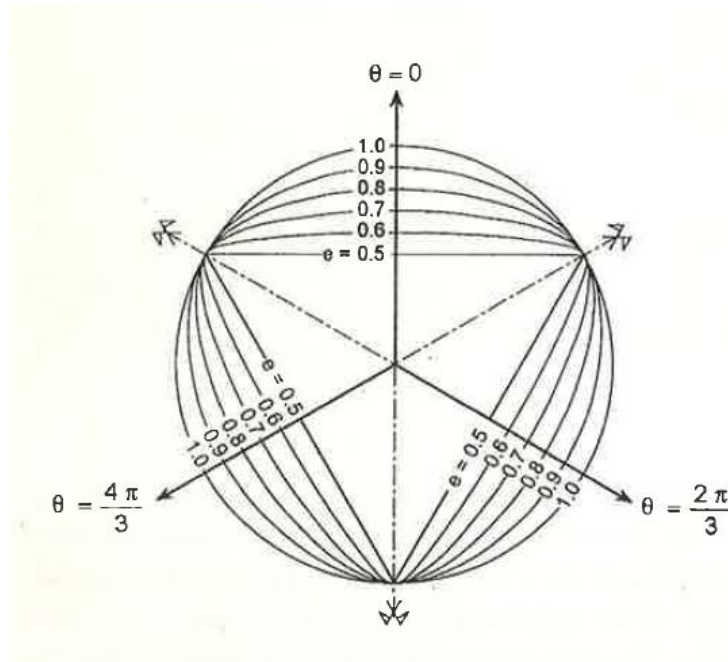


Figura 3.4— Influência da excentricidade na superfície de cedência [39]

O critério de cedência é definido pela seguinte expressão:

$$f(\xi, \rho, \theta) = \left[\sqrt{1,5} \frac{\rho}{f_c'} \right]^2 + m \left[\frac{\rho}{\sqrt{6} f_c'} r(\theta, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3} f_c'} \right] - c = 0 \quad (3.26)$$

Ao contrário de outros critérios, este depende de uma função elíptica, que faz a superfície mudar de uma forma triangular para circular com o aumento da tensão de confinamento. O parâmetro m , parâmetro de fricção, pode ser ajustado para controlar a fricção por endurecimento/amolecimento, sendo definido por:

$$m = 3 \frac{f_c'^2 - f_t'^2}{f_c' f_t'} \frac{e}{e + 1} \quad (3.27)$$

A vantagem de se utilizar um critério dependente de uma função elíptica triplamente simétrica é o facto de pela sua simetria, basta analisar apenas uma parte da superfície (Figura 3.5). Neste caso, sendo triplamente simétrica, bastaria analisar um terço da superfície, mas a terça parte da superfície é definida por uma elipse também ela simétrica, diminuindo a análise da superfície para apenas um sexto desta (Figura 3.5), correspondendo em termos de invariantes:

$$0 \leq \theta \leq 60^\circ \text{ ou } 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \quad (3.28)$$

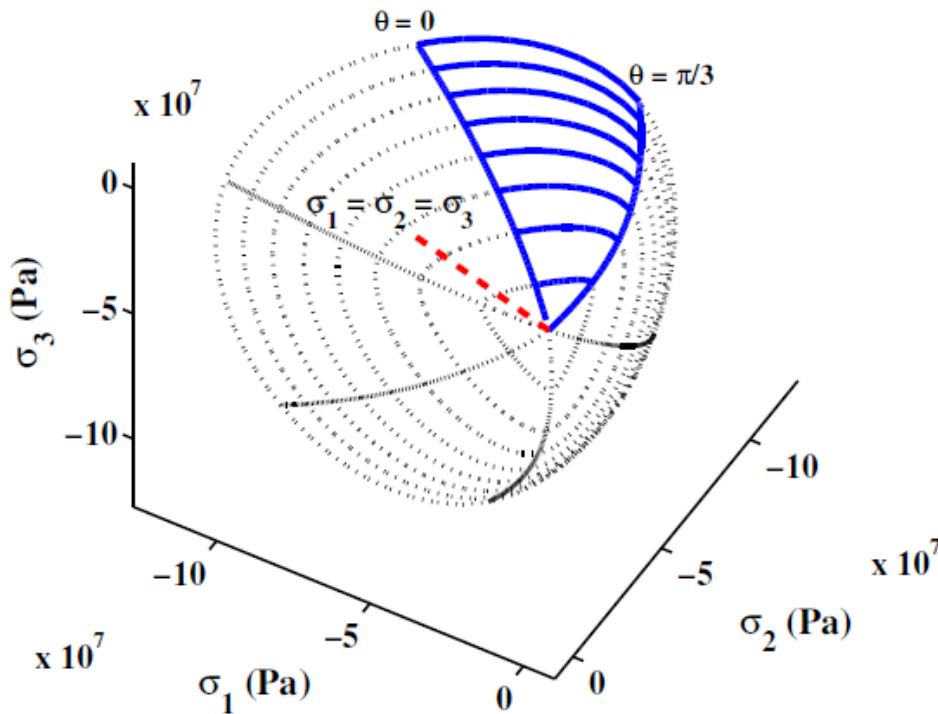


Figura 3.5—Superfície de cedência elíptica triplamente simétrica [26]

Como referido anteriormente, existem casos onde o invariante θ toma valores conhecidos, sendo esses valores de 60° quando a tensão principal intermédia é igual à menor tensão principal, σ_3 , e o valor de 0° para tensão principal intermédia igual ao valor da maior tensão principal, σ_1 . Estes dois valores referem-se aos limites da análise da superfície e ambos representam num plano (ξ, ρ) , dois meridianos distintos, o meridiano da compressão quando o *lode angle* toma o valor de 60° (ou $\frac{\pi}{3}$) e o meridiano da tração para um valor nulo do invariante (Figura 3.6).

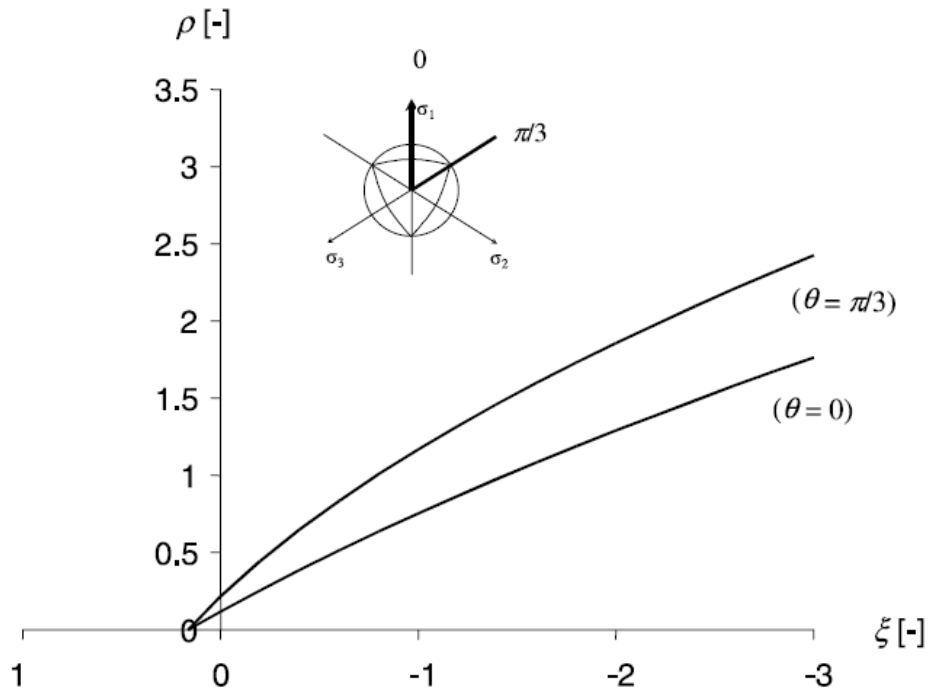


Figura 3.6—Meridiano de tração e compressão no plano (ξ, ρ) [25]

3.2. Endurecimento/Amolecimento

Quando um provete de betão é sujeito a um determinado tipo de carregamento, enquanto o carregamento se desenvolve, são geradas diferentes superfícies de cedência utilizando uma regra de endurecimento isotrópico até ser atingida a superfície de cedência máxima. O nível de alteração a que as superfícies de cedência estão sujeitas é expresso em função do estado de deterioração do material, quantificado pela quantidade de deformação residual (ou plástica) [27]. Sendo a lei de endurecimento/amolecimento uma lei que define o início da plastificação, o parâmetro de endurecimento/amolecimento, κ , é associado ao valor da deformação plástica volumétrica ($\kappa = \varepsilon_v^p$).

Empiricamente a lei de endurecimento é aplicada ao introduzir um termo adicional, $k(\kappa)$ na expressão que define a superfície de cedência, variando este termo entre um valor inicial de k_0 até um valor unitário, ao qual corresponde a superfície de cedência máxima. Graficamente a influência desta lei pode ser observada na Figura 3.7.

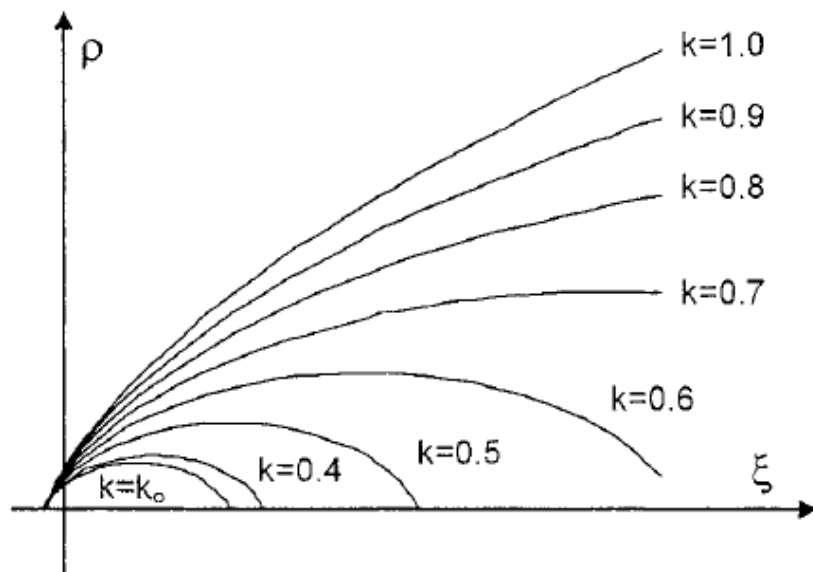


Figura 3.7– Evolução da lei de endurecimento [27]

Até ao valor de tensão limite elástica, não ocorre nenhuma deformação plástica, pelo que a lei de endurecimento é constante e igual ao valor de k_0 , definindo a superfície de cedência inicial.

Após atingido o valor da tensão de compressão máxima do betão, a lei de endurecimento permanece constante e igual à unidade, por outro lado a lei de amolecimento que até então assumia um valor igual à unidade, até à rotura total do provete esta irá retratar a descoesão do material, até ser atingido a nulidade da coesão entre o material, representado pela lei de amolecimento nula, afetando a superfície de cedência através do parâmetro $c(\kappa)$, podendo ser observada a sua influência na Figura 3.8.

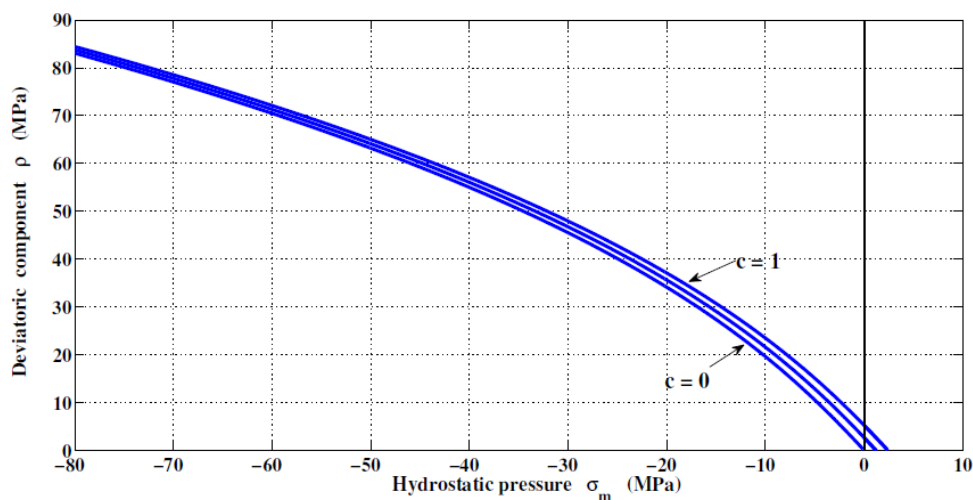


Figura 3.8– Evolução da lei de amolecimento [26]

3.3. Escoamento Plástico

Como referido anteriormente, a superfície de cedência é afetada pela lei de endurecimento, uma vez que esta é dependente da quantidade de deformação plástica, para se determinar essa quantidade de deformação é necessário introduzir o conceito de escoamento plástico, sendo necessário decompor a deformação total em duas componentes, a componente elástica, ε^e , e plástica, ε^p :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.29)$$

Onde as deformações plásticas são as deformações residuais que permanecem no material quando é retirado o carregamento, não existindo uma relação entre estas e o campo de tensões [48].

Estando as deformações elásticas restringidas pela superfície de cedência, com o aumento do carregamento, após atingida a superfície, geram-se deformações plásticas, que por sua vez induzem o escoamento plástico, mantendo-se o estado de tensão sempre sobre a superfície.

Analogamente à definição da superfície de cedência para um correspondente estado de tensão, é possível definir uma superfície de potencial plástico, mas definida num estado de deformações [55].

Relativamente às deformações elásticas, através da lei de Hooke, é possível relacioná-las com o campo de tensões, todavia não é possível de estabelecer qualquer relação em termos das deformações plásticas com o campo de tensões. Contudo, o incremento de deformação plástica pode ser escrito em função da superfície de potencial plástico, g :

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\delta g}{\delta \sigma} \quad (3.30)$$

Geralmente a superfície de potencial plástico é admitida como sendo igual à superfície de cedência, o que se traduz numa lei de escoamento associado. Porém uma lei de escoamento associado, segundo Wolf [55], não prevê corretamente o comportamento do betão, pelo que a superfície de potencial plástico terá uma forma diferente da superfície de cedência.

Tal como na definição da superfície de cedência, também a expressão que define a superfície de potencial plástico pode ser determinada experimentalmente, mas devido à sua complexidade, adota-se muitas vezes uma lei de escoamento associado, o que frequentemente traduz em deficiências na reprodução do comportamento dos mais diversos materiais com exceção dos metais.

3.4. Exemplo de aplicação

A análise do fenómeno da plasticidade revela-se algo complexa, pelo que a melhor maneira de compreender os demais conceitos é através da análise de um caso prático.

A Figura 3.9 apresenta a evolução da superfície de cedência durante um ensaio de um provete de betão genérico, cujo diagrama de tensão-deformação se apresenta também. Observa-se que na fase inicial, quando o comportamento do betão ainda se encontra em fase elástica, este não intersecciona nenhuma superfície de cedência, no entanto ao chegar ao ponto 1 (Pt. 1) a superfície de cedência é atingida e a lei de endurecimento assume o valor de k_0 (superfície de cedência inicial), posteriormente inicia-se a formação de deformações plásticas e consequentemente dá-se início ao escoamento plástico, onde ocorre endurecimento, traduzido pelo aumento dos valores da lei de endurecimento, desde o valor inicial de k_0 até ao valor unitário, representado pela variação da forma da superfície de cedência desde a forma “Yield” até assumir o formato “Max.”. Quando a superfície assume o formato representado na figura por “Max.”, superfície de cedência máxima, onde a lei de endurecimento e a lei de amolecimento assumem ambas o valor unitário, representa o ponto a partir do qual o betão atingiu a resistência à compressão máxima (Pt. 2) após o qual o betão perde resistência, caracterizado por uma variação da forma da superfície de cedência por alteração da lei de amolecimento que assumirá valores inferiores à unidade até ao valor nulo, ao qual irá corresponder a superfície “Residual” (Pt.3).

Neste caso em particular observa-se uma lei de escoamento associado, tendo-se iniciado o escoamento plástico a partir do primeiro ponto (Pt.1), no entanto no caso do betão confinado, o comportamento plástico é reproduzido por diversos pontos, que após o segundo ponto (Pt. 2) se mantêm sobre a superfície de cedência, que no presente caso coincide com a superfície de potencial plástico, contudo para uma lei de escoamento não associado o problema revela-se algo complexo, uma vez que estas duas superfícies não são coincidentes.

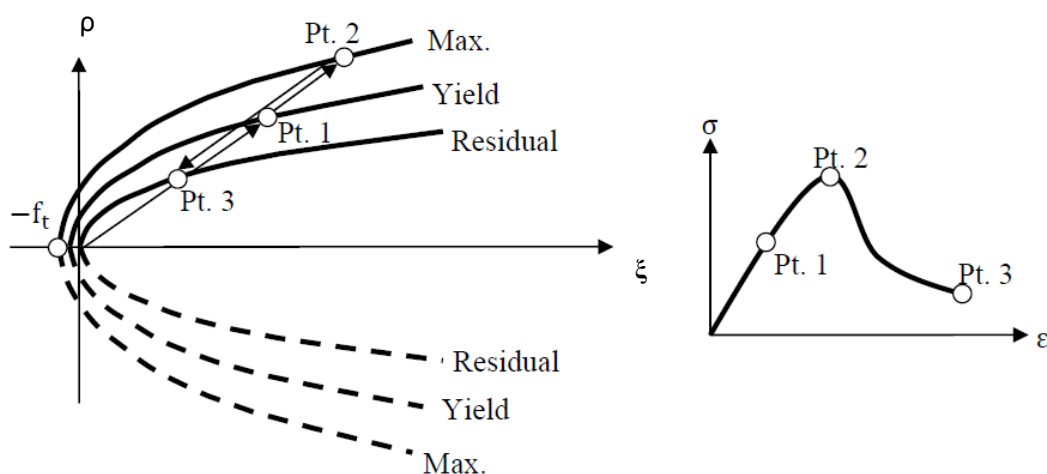


Figura 3.9 – Comportamento do betão no plano (ξ, ρ) e respetivo diagrama de tensão-deformação, adaptado [50]

Avaliação do comportamento de modelos experimentais no plano meridional

4.1. Introdução

A análise do comportamento das colunas circulares de betão armado sujeitas a compressão axial é efetuada através de um diagrama de tensão-deformação, no entanto essa análise pode ser feita no plano meridional (ξ, ρ) . Os invariantes que definem o plano meridional podem ser obtidos da seguinte forma:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{3}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (4.01)$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (4.02)$$

Neste plano a definição da superfície de cedência para o material betão é composta por 4 pontos notáveis, como se demonstra na Figura 4.1:

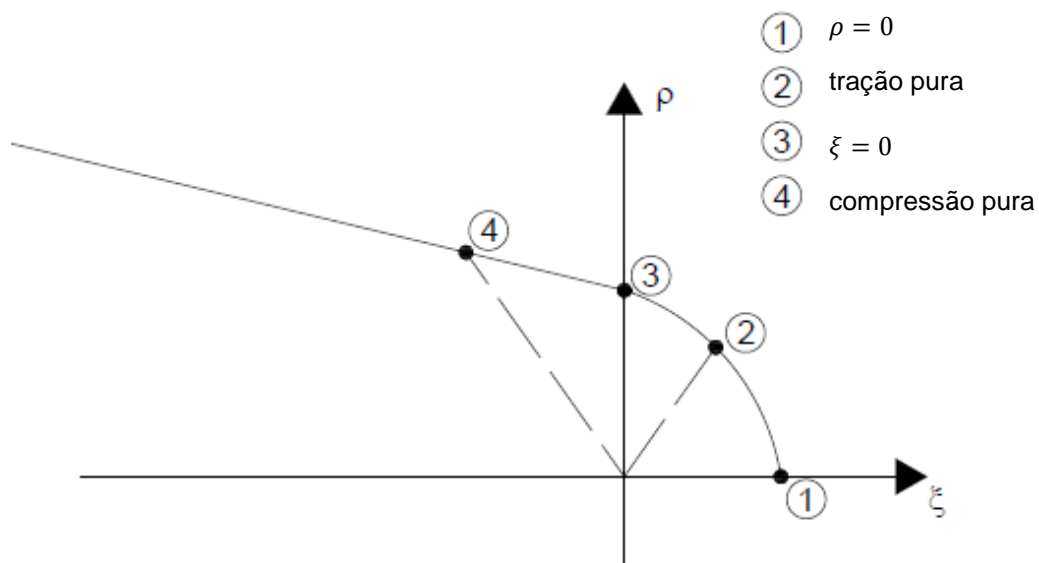


Figura 4.1 - Superfície de cedência definida no plano meridional

No primeiro ponto, ao qual corresponde um valor nulo do invariante ρ , admitindo que as tensões laterais são iguais, pois trata-se de uma análise de colunas circulares, ($\sigma_1 = \sigma_2$ e σ_3) e sabendo que neste ponto corresponderá a uma ação de tração, por forma a que o invariante ξ assuma um valor positivo, podendo obter-se as seguintes conclusões:

$$\rho = 0 \Rightarrow (\sigma_1 = \sigma_2) = \sigma_3 \quad (4.03)$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 3 \sigma_3 = \sqrt{3} \sigma_3 \quad (4.04)$$

No terceiro ponto, ao qual corresponde um valor nulo do invariante ξ , os invariantes assumem os seguintes valores:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} (2 \sigma_1 + \sigma_3) = 0 \Rightarrow \sigma_1 = -\frac{\sigma_3}{2} \quad (4.04)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{3} \left[0 + \left(-\frac{\sigma_3}{2} - \sigma_3 \right)^2 + \left(\sigma_3 - \left(-\frac{\sigma_3}{2} \right) \right)^2 \right]} = \frac{\sqrt{6}}{2} |\sigma_3| \quad (4.05)$$

Para estados de tração (ponto 2) ou compressão (ponto 4) pura, o declive pode ser obtido pelo quociente do invariante ρ pelo invariante ξ e uma vez que a tensão lateral será nula para estes estados de tensão, obtém-se:

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{3} [(0 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - 0)^2]}}{\frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_3} = \frac{|\sigma_3|}{\sigma_3} \sqrt{2} \quad (4.06)$$

No caso de tração pura, ponto 2, a tensão axial σ_3 toma um valor positivo sendo a relação entre o invariante ρ e ξ de $\sqrt{2}$, tomando os seguintes valores neste ponto:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{3} [(0 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - 0)^2]} = \frac{\sqrt{6}}{3} \sigma_3 \quad (4.07)$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_3 \quad (4.08)$$

No caso de compressão pura, ponto 4, a tensão axial σ_3 toma um valor negativo sendo a relação entre o invariante ρ e ξ de $-\sqrt{2}$, tomando os seguintes valores neste ponto:

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{3} [(0 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - 0)^2]} = \frac{\sqrt{6}}{3} |\sigma_3| \quad (4.09)$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_3 \quad (4.10)$$

Apesar dos pontos 2 e 4 terem coordenadas semelhantes, uma vez que a superfície a definir corresponde ao betão, este material tem um comportamento diferente entre a tração e a compressão, pelo que a tensão axial σ_3 definida no ponto 2 corresponde à resistência à tração

do betão e no ponto 4 corresponde à resistência à compressão deste, pelo que estes pontos não terão coordenadas simétricas.

Sabendo que no plano meridional o invariante θ assume um valor constante e admitindo que os provetes cilíndricos se encontram à compressão, ou seja a tensão axial σ_3 será negativa e as tensões principais ordenadas da seguinte forma:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (4.10«1)$$

Pode concluir-se que o invariante θ assume um valor nulo, correspondente ao meridiano de tração. No entanto, admitindo que os provetes estarão confinados com fibras, as tensões laterais σ_1 e σ_2 corresponderão a uma compressão, pelo que assumirão um valor negativo, no limite um valor nulo, representativo de um provete não confinado, porém ao admitir estas tensões negativas, a tensão axial terá de ser sempre menor (mais negativa) que estas, por fim a obedecer à expressão (4.10), assim a definição de uma superfície para provetes cilíndricos confinados com fibras só terá importância após o ponto 4 referido, exclusive, pois neste ponto o provete não apresenta confinamento.

4.2. Modelos experimentais

Foram seleccionados alguns ensaios experimentais de colunas circulares de betão simples e de betão armado confinados com CFRP (Tabela 4.1), dos quais apenas os referentes a betão armado foram representados no plano meridional.

Tabela 4.1 - Valores obtidos nos ensaios experimentais

		ϕ (mm)	nº de camadas de CFRP	Armadura	f_{c0} (MPa)	f_{cc} (MPa)	ϵ_{cc} (%)	ϵ_{lu} (%)
Paula e Silva 2002 [37]	CC2	150	2	8Ø6 + Ø3//100	34,6	105,4	2,44	1,45
		150	2	8Ø6 + Ø3//100	34,6	109,2	2,53	1,29
		150	2	8Ø6 + Ø3//100	34,6	108,7	2,68	1,43
Braga 2005 [2]		200	2	--	18,6	38,72	1,26	0,63
		200	3	--	18,6	57,23	1,84	0,76
		200	1	--	31,4	39,39	0,63	0,47
		200	3	--	31,4	76,06	1,59	0,81
		200	1	--	8,1	21,06	1,28	0,63
		200	2	--	8,1	33,17	2,37	0,87
Braga 2005 [2]		400	1	--	11,8	17,21	0,74	0,85
		400	2	--	11,8	24,7	1,05	0,91
		400	3	--	11,8	33,67	1,87	0,99
Matthys 2000 [31]	K2	400	5	10Ø12 + Ø8//140	34,3	59,4	1,2	0,73
	K3	400	4	10Ø12 + Ø8//140	34,3	59,6	0,43	0,25
Chastre 2005 [7]	C10	150	2	6Ø6 + Ø3//100	38,0	85,0	1,31	0,90
	C30	250	--	6Ø12 + Ø6//150	35,2	39,1	0,27	--
	C41	250	1	6Ø12 + Ø6//150	35,2	56,4	0,91	0,85
	C34	250	2	6Ø12 + Ø6//150	35,2	76,2	1,55	0,93
	C43	250	3	6Ø12 + Ø6//150	35,2	80,8	1,66	0,79
	C44	250	4	6Ø12 + Ø6//150	35,2	98,4	2,25	0,80

Como é possível de observar da Figura 4.2 à Figura 4.5, os provetes de betão armado ensaiados apresentam um mesmo comportamento inicial, ao qual corresponde a resposta de uma coluna de betão armado sujeito a compressão monotónica (C30), uma vez que nesta inclinação inicial o valor da tensão lateral é praticamente nulo, consequentemente a tensão axial é dominante. Posteriormente observa-se que os provetes confinados apresentam uma resposta final coincidente, corresponde à superfície de potencial plástico.

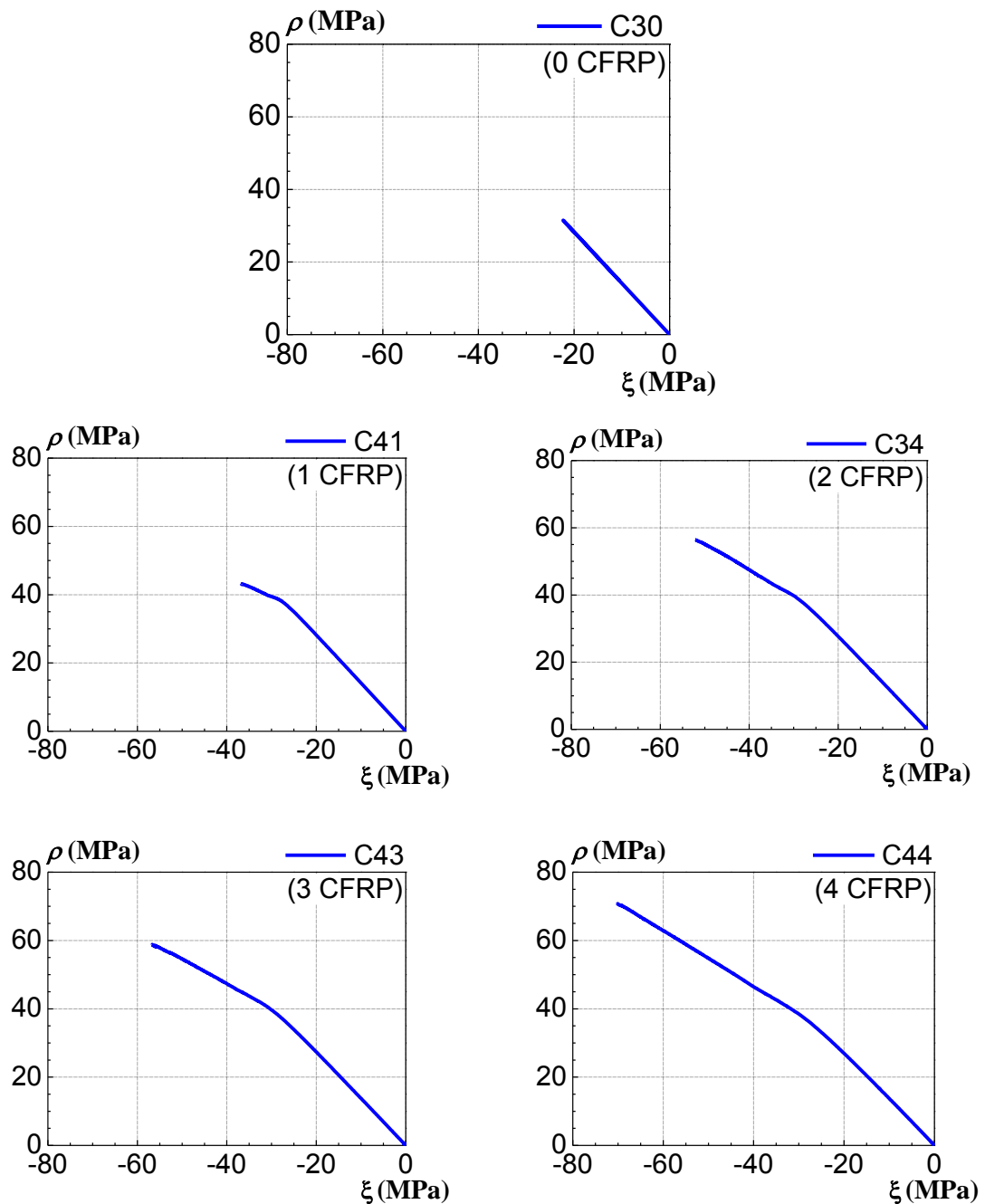


Figura 4.2 - Resultados experimentais de colunas com 250 mm de diâmetro no plano (ξ, ρ)

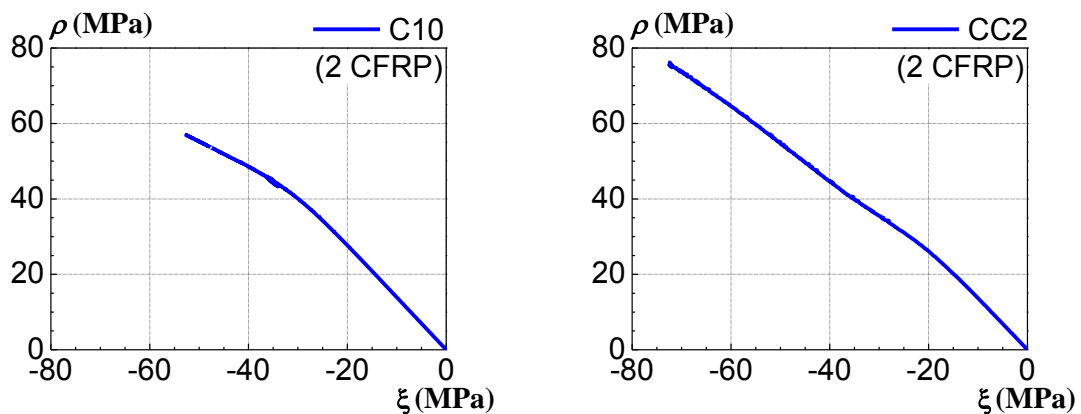


Figura 4.3 - Resultados experimentais de colunas com 150 mm de diâmetro no plano (ξ, ρ)

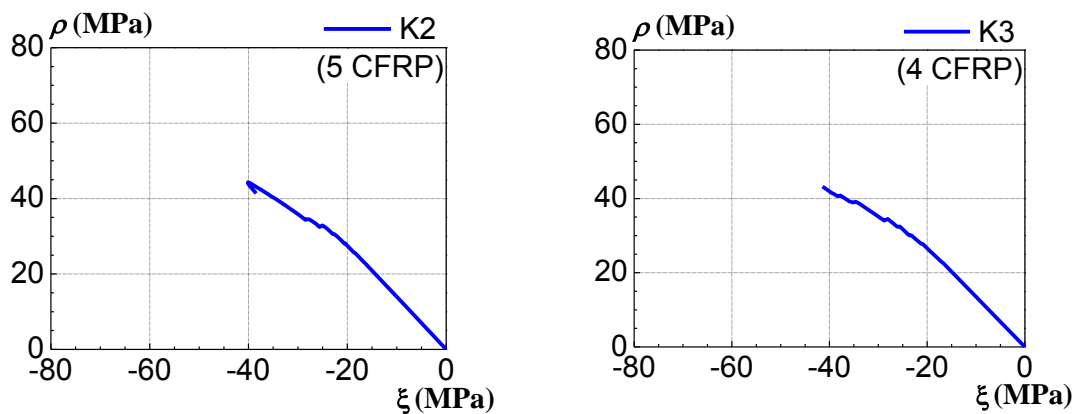


Figura 4.4- Resultados experimentais de colunas com 400 mm de diâmetro no plano (ξ, ρ)

4.3. Comparação dos modelos experimentais

Sabe-se que na rotura, os valores obtidos para os diversos provetes estão sobre uma mesma reta, correspondente ao meridiano de tração da superfície de potencial plástico. Assim, a linearidade da relação entre o valor dos invariantes ξ e ρ na rotura deverá ser mantida para qualquer ensaio experimental, uma vez que corresponderá à superfície de potencial plástico para o betão, pelo que foram analisados todos os ensaios referidos na Tabela 4.1, sendo os valores dos invariantes na rotura apresentados na Tabela 4.2.

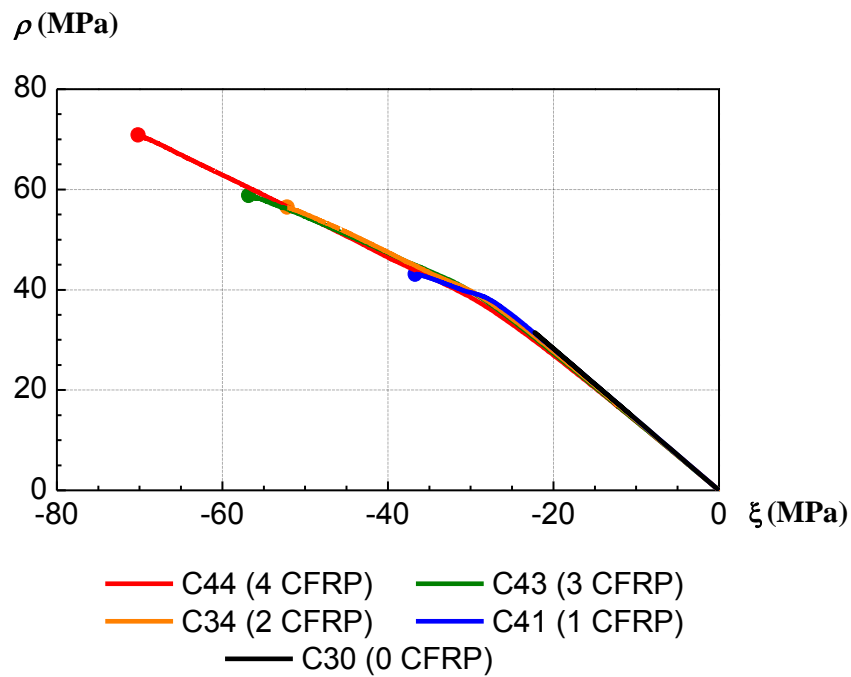


Figura 4.5 - Comparação dos resultados experimentais no plano (ξ, ρ) para 0, 1, 2, 3 e 4 camadas de CFRP (C30, C41, C34, C43 e C44 respetivamente)

Tabela 4.2 - Valores na rotura dos invariantes para os ensaios experimentais

	\varnothing (mm)	H (mm)	nº de camadas de CFRP	t_f (mm)	E_f (GPa)	f_D (MPa)	ξ / f_D	ρ / f_D
Paula e Silva 2002 [37]	150	750	2	0,176	241	34,6	-2,69	2,48
	150	750	2	0,176	241	34,6	-2,70	2,64
	150	750	2	0,176	241	34,6	-2,75	2,58
Braga 2005 [2]	200	750	2	0,117	198	18,6	-1,57	1,78
	200	750	3	0,117	198	18,6	-2,38	2,58
	200	750	1	0,117	198	31,4	-0,87	1,13
	200	750	3	0,117	198	31,4	-1,82	2,07
	200	750	1	0,117	198	8,1	-1,93	2,24
	200	750	2	0,117	198	8,1	-3,33	3,33
Braga 2005 [2]	400	2000	1	0,117	198	11,8	-1,10	1,32
	400	2000	2	0,117	198	11,8	-1,66	1,84
	400	2000	3	0,117	198	11,8	-2,33	2,46
Matthys 2000 [31]	400	2000	5	0,117	198	34,3	-1,39	1,51
	400	2000	4	0,235	471	34,3	-1,44	1,48
Chastre 2005 [7]	150	750	2	0,167	226	38,0	-1,86	1,91
	250	750	--	--	--	35,2	-0,70	0,99
	250	750	1	0,176	241	35,2	-1,14	1,34
	250	750	2	0,176	241	35,2	-1,61	1,75
	250	750	3	0,176	241	35,2	-1,76	1,82
	250	750	4	0,176	241	35,2	-2,17	2,20

Através da regressão linear obtida através da Figura 4.6 pode deduzir-se uma relação entre ξ e ρ e consequentemente entre a tensão axial e lateral.

$$\frac{\rho}{f_D} = -0,8526 \frac{\xi}{f_D} + 0,3869 \quad (4.11)$$

$$\sigma_3 = 5,554 \sigma_2 - 1,193 f_D \quad (4.12)$$

À semelhança da expressão obtida por Chastre & Silva (4.13) [12], é possível de obter uma expressão idêntica (4.14), pois a tensão axial $\sigma_3 = -f_{cc}$ e a tensão lateral $\sigma_2 = -f_{lu}$.

$$f_{cc} = 5,29 f_{lu} + f_D \quad (4.13)$$

$$f_{cc} = 5,554 f_{lu} + 1,193 f_D \quad (4.14)$$

Esta última expressão assemelha-se bastante com a obtida por Chastre & Silva [12] (4.13), pelo que a expressão poderá traduzir uma boa estimativa para o cálculo do f_{cc} sabendo as características da coluna e do confinamento em análise.

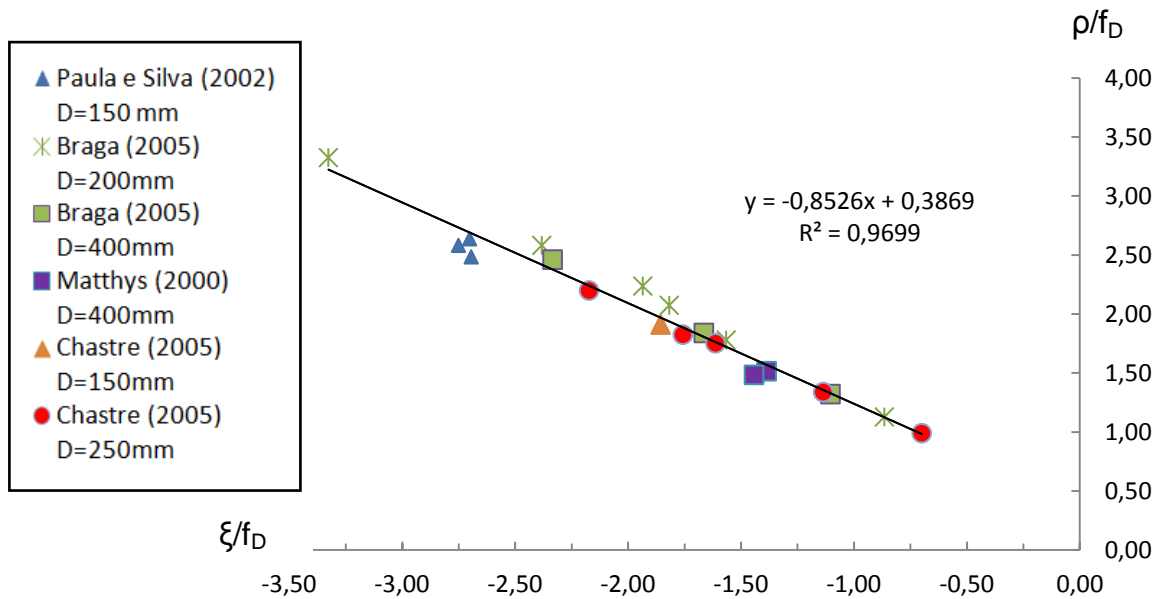


Figura 4.6 - Valores na rotura dos diferentes ensaios experimentais

Dos ensaios experimentais seleccionados, representou-se no plano meridional o comportamento desses ensaios em comparação com o comportamento descrito no modelo de Chastre & Silva, tendo sido ainda identificado os pontos onde no modelo numérico ocorreria a cedência das armaduras longitudinais (Cedência As) e das armaduras transversais (Cedência cintas).

O comportamento das colunas de betão armado confinado com FRP no plano meridional é definido por duas retas com inclinações diferentes, a inclinação inicial, que

corresponde à resposta de uma coluna de betão armado sujeito a compressão monotónica e o restante corresponde à resposta plástica devida ao confinamento por fibras, através da análise das Figura 4.7 a Figura 4.14.

Pode concluir-se que a cedência das armaduras longitudinais dá-se um pouco antes da zona de transição, à qual está associada o esmagamento do betão e a cedência das armaduras transversais dá-se logo após a transição, independentemente do tipo de confinamento, levando a concluir que a influência das cintas para o comportamento plástico da coluna é tanto menor, quanto mais próximo da zona de transição se der a sua cedência. Verifica-se que, devido à concordância dos valores na rotura dos diferentes ensaios experimentais no plano meridional, os resultados obtidos experimentalmente contêm uma incerteza experimental relativamente reduzida.

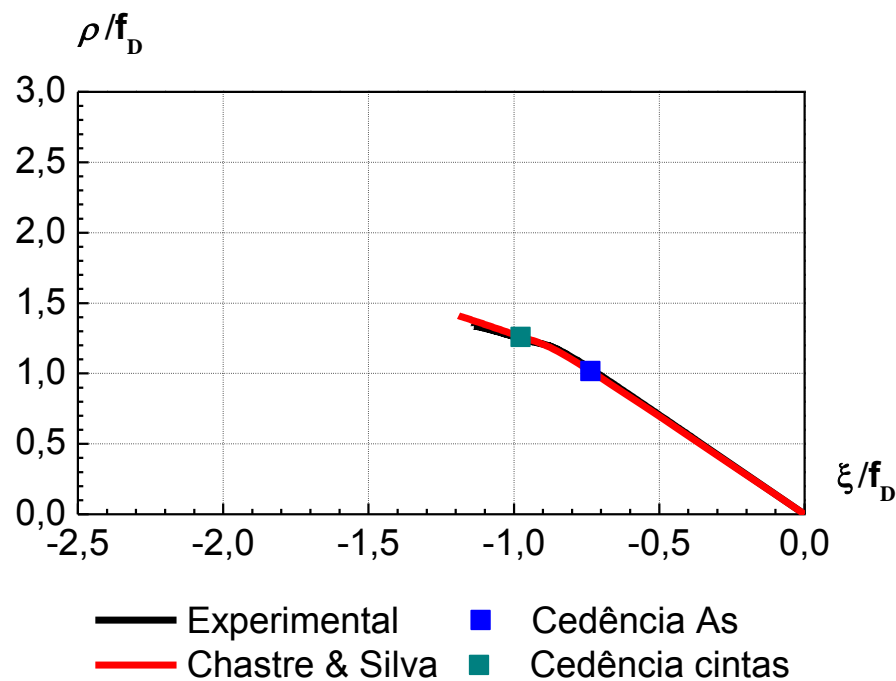


Figura 4.7 - Modelo C41 (\varnothing 250 mm; 1 CFRP) representado no plano meridional

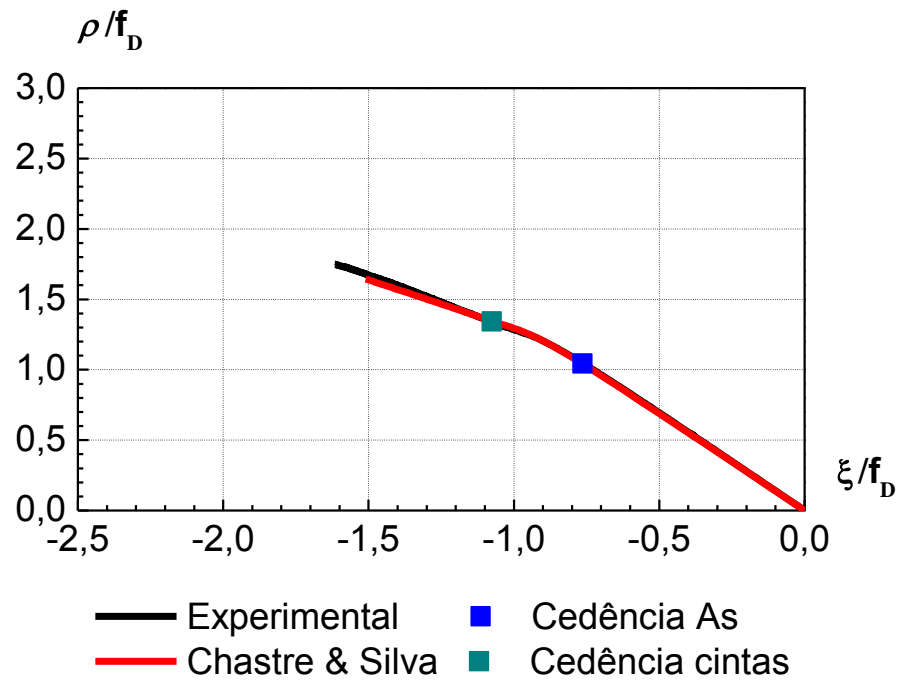


Figura 4.8 - Modelo C34 (ϕ 250 mm; 2 CFRP) representado no plano meridional

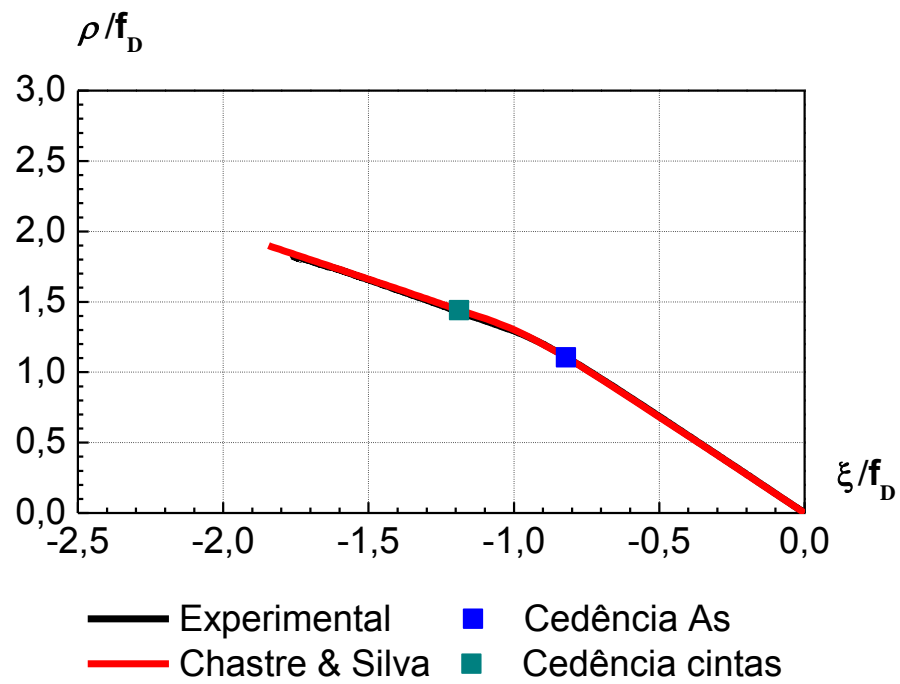


Figura 4.9 - Modelo C43 (ϕ 250 mm; 3 CFRP) representado no plano meridional

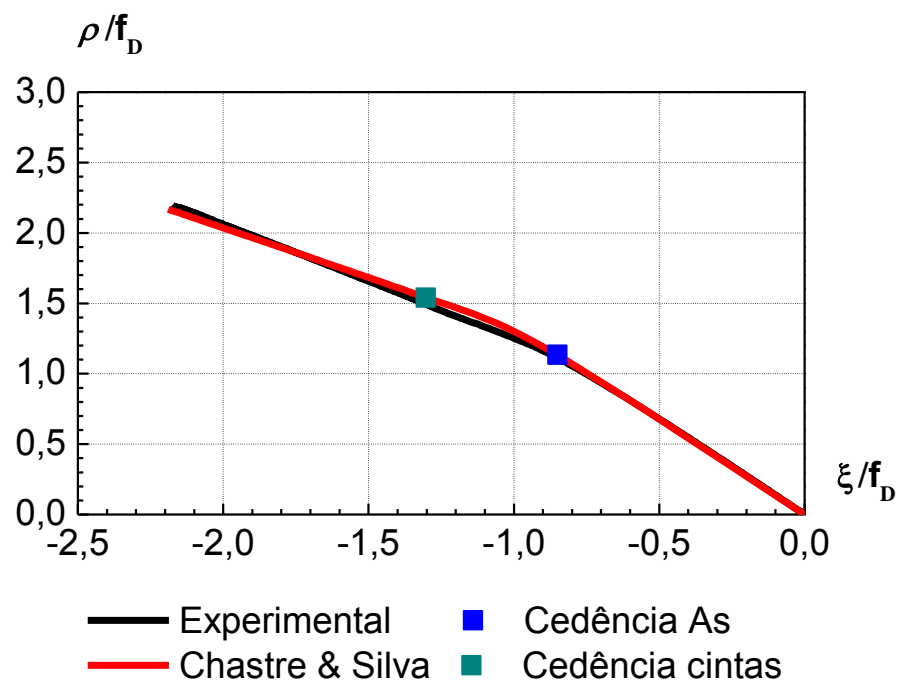


Figura 4.10 - Modelo C44 (\varnothing 250 mm; 4 CFRP) representado no plano meridional

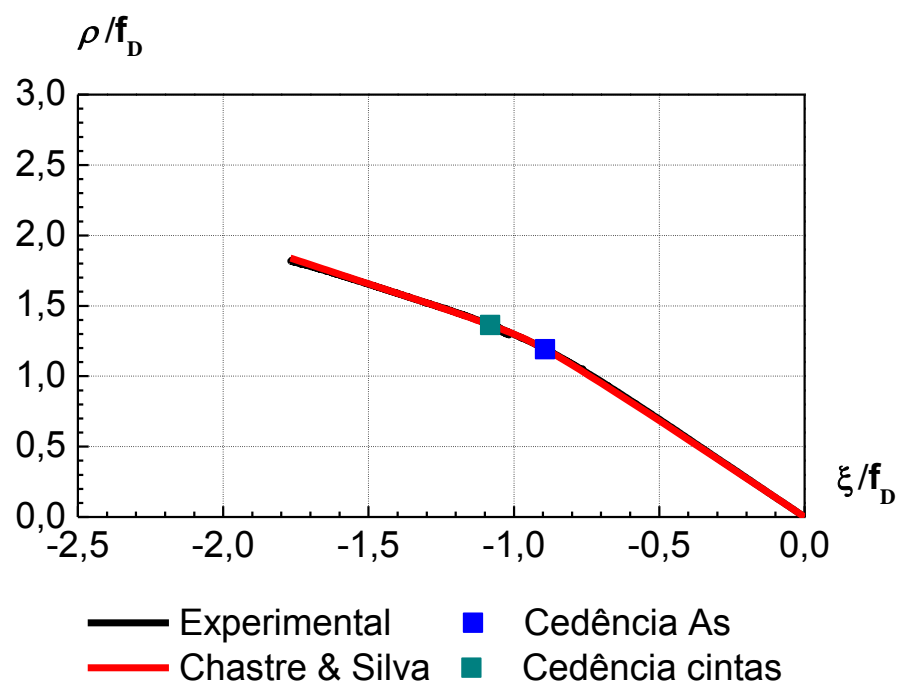


Figura 4.11 - Modelo C10 (\varnothing 150 mm; 2 CFRP) representado no plano meridional

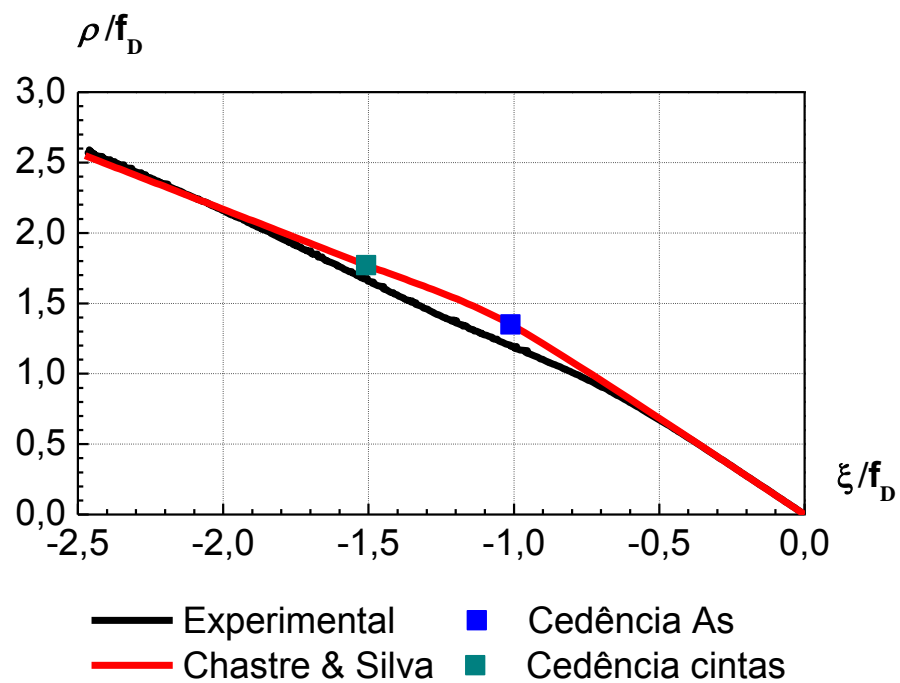


Figura 4.12 - Modelo CC2 (ø 150 mm; 2 CFRP) representado no plano meridional

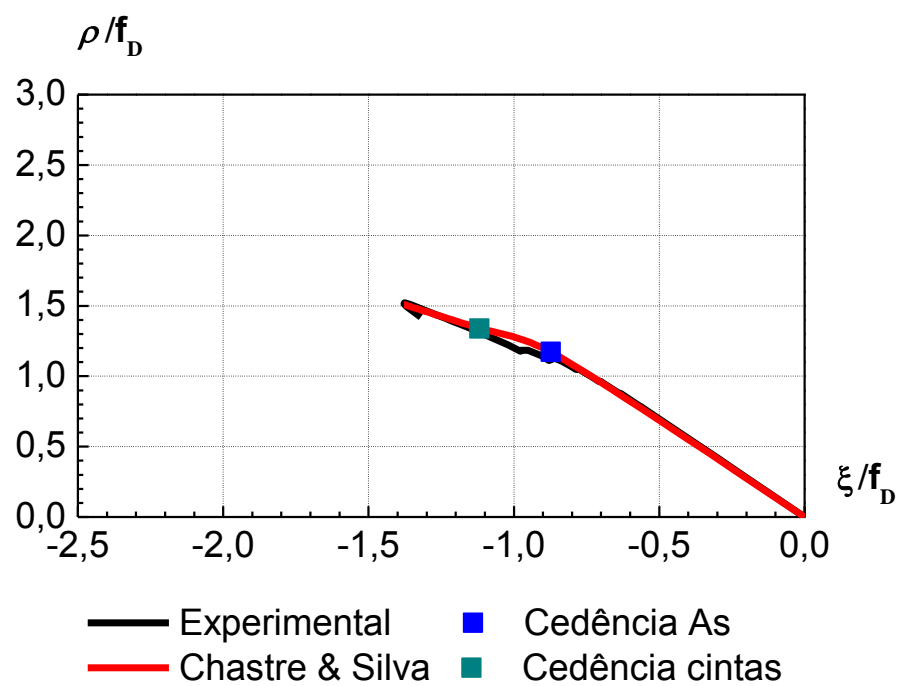


Figura 4.13 - Modelo K2 (ø 400 mm; 5 CFRP) representado no plano meridional

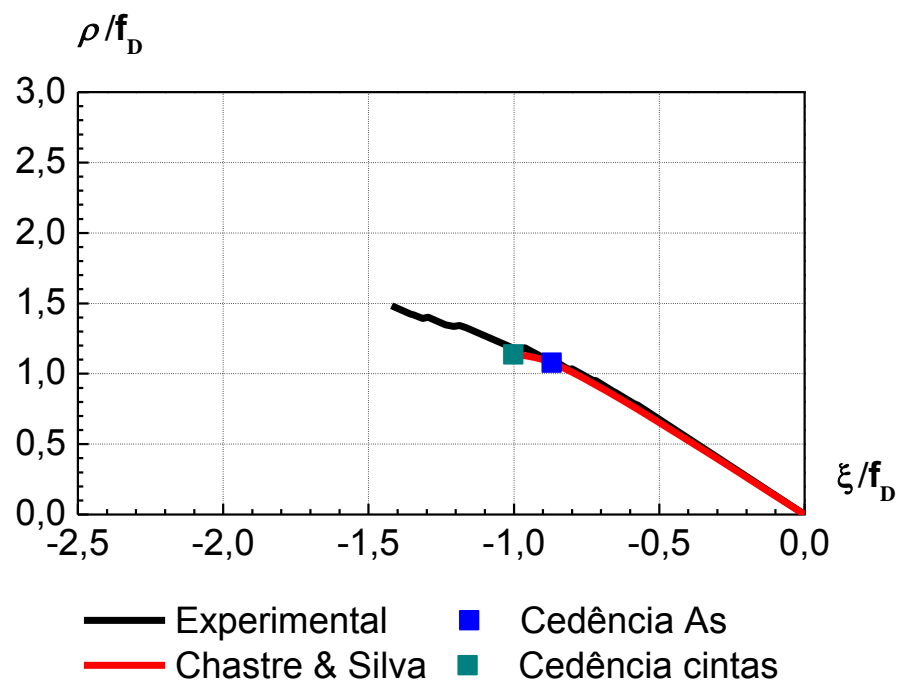


Figura 4.14 - Modelo K3 (\varnothing 400 mm; 5 CFRP) representado no plano meridional

Capítulo 5

Modelação Numérica

Com o passar dos anos é cada vez mais usual a utilização de programas de cálculo automático não linear na simulação do comportamento de diversos materiais e estruturas. A evolução dos meios computacionais, permite cada vez mais lidar com modelos complexos e simular o comportamento não linear de estruturas, sendo no entanto necessário, na maioria das vezes, calibrar os modelos numéricos com ensaios experimentais por forma a obter resultados próximos da realidade, os quais poderão ser extrapolados posteriormente para outras situações.

No presente trabalho utilizou-se o software ATENA, "*Advanced Tool for Engineering Non-linear Analysis*", é um programa de cálculo automático que utiliza um código de elementos finitos dotado de ferramentas especiais para a análise não linear de estruturas de betão armado, tendo no entanto a possibilidade de modelar outros materiais, como metais e fibras.

5.1. Materiais

A maior dificuldade na simulação de ensaios experimentais através da modelação numérica não linear reside na incerteza dos parâmetros que caracterizam o comportamento de todos os materiais envolvidos, pelo que é necessário conhecer os parâmetros utilizados pelo programa de cálculo automático na caracterização dos diferentes materiais, a fim de otimizar a simulação pretendida.

5.1.1. Betão

A formulação do betão é baseada na decomposição da deformação nas suas componentes, elástica ε^e , plástica, ε^p e de fratura ε^f .

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p + \varepsilon^f \quad (5.1)$$

Sendo a tensão descrita da seguinte forma:

$$\sigma_{ij}^n = \sigma_{ij}^{n-1} + E_{ijkl}(\Delta\varepsilon_{kl} - \Delta\varepsilon_{kl}^p - \Delta\varepsilon_{kl}^f) \quad (5.2)$$

Onde o incremento de deformação plástica é dado pelo modelo de plasticidade para o esmagamento de betão.

5.1.1.1. Modelo de plasticidade para o esmagamento do betão

O modelo de plasticidade utilizado tendo em conta o esmagamento do betão foi o *CC3DNonLinCementitious2*, no qual o estado de tensão no modelo de plasticidade é obtido da seguinte forma:

$$\sigma_{ij}^n = \sigma_{ij}^{n-1} + E_{ijkl}(\Delta \varepsilon_{kl} - \Delta \varepsilon_{kl}^p) = \sigma_{ij}^t - E_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}^p = \sigma_{ij}^t - \sigma_{ij}^p \quad (5.3)$$

Onde σ_{ij}^p é denominado corretor de plasticidade e é calculado diretamente da superfície de cedência por um algoritmo de mapeamento de retorno.

Para este estado de tensão, a superfície de cedência passa a ser definida pela seguinte expressão:

$$f(\sigma_{ij}^t - \sigma_{ij}^p) = f(\sigma_{ij}^t - \Delta \lambda l_{ij}) = 0 \quad (5.4)$$

Com:

$$l_{ij} = E_{ijkl} \frac{\delta G^p(\sigma_{kl}^t)}{\delta \sigma_{kl}} \quad (5.5)$$

Onde $G(\sigma_{ij})$ representa a função de potencial plástico.

Relativamente à superfície de cedência, o programa utiliza a superfície de Menetrey-William, definida pelo critério de Willam-Warke a fim de caracterizar o comportamento do betão.

$$F(\xi, \rho, \theta) = \left[\sqrt{1,5} \frac{\rho}{f_c'} \right]^2 + m \left[\frac{\rho}{\sqrt{6} f_c'} r(\theta, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3} f_c'} \right] - c(\kappa) = 0 \quad (5.6)$$

$$r(\theta, e) = \frac{4(1 - e^2) \cos^2 \theta + (2e - 1)^2}{2(1 - e^2) \cos \theta + (2e - 1)[4(1 - e^2) \cos^2 \theta + 5e^2 - 4e]^{1/2}} \quad (5.7)$$

$$m = 3 \frac{f_c'^2 - f_t'^2}{f_c' f_t'} \frac{e}{e + 1} \quad (5.8)$$

O tamanho e a forma da superfície de cedência são determinados por 3 parâmetros, o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão, f_c' , o valor médio da tensão de rotura à tração do betão, f_t' e o parâmetro de excentricidade e , que descreve a circularidade da superfície, tendo Menetrey e Willam [39] sugerindo que a excentricidade deveria variar entre, $0,5 < e \leq 0,6$ para o betão, com o valor ideal a adotar de 0,52.

Como foi observado no terceiro capítulo, a superfície de cedência sofre alterações, pois esta depende do valor do parâmetro de endurecimento/amolecimento, κ , que é baseado na deformação plástica e afeta a superfície de Menetrey-William através do parâmetro $c \in [0,1]$, progredindo de acordo com a seguinte relação:

$$c = \left(\frac{f_c'(\varepsilon_{eq}^p)}{f_c'} \right)^2 \quad (5.9)$$

Onde $f'_c(\epsilon_{eq}^p)$ indica a lei de endurecimento/amolecimento, baseada em testes de compressão uniaxial, e o seu andamento pode ser observado na Figura 5.1.

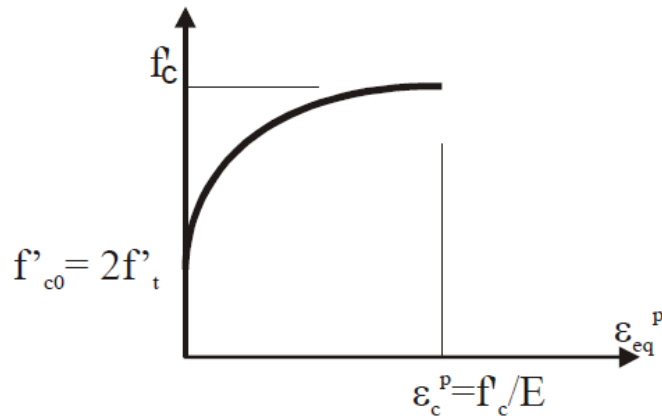


Figura 5.1- lei de endurecimento/amolecimento baseada em testes de compressão uniaxial [6]

A direção de retorno do corretor de plasticidade é dada pelo seguinte potencial plástico:

$$G^p(\sigma_{ij}) = \beta \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 + \sqrt{2J_2} \quad (5.10)$$

Onde β determina a direção de retorno, no caso de $\beta < 0$, fisicamente representa a compactação do material durante o carregamento, para o caso de $\beta = 0$, o volume do material é preservado e para valores de $\beta > 0$, representa uma dilatação do material.

O algoritmo de mapeamento de retorno é baseado no método de preditor-corretor e pode ser observado na Figura 5.2.

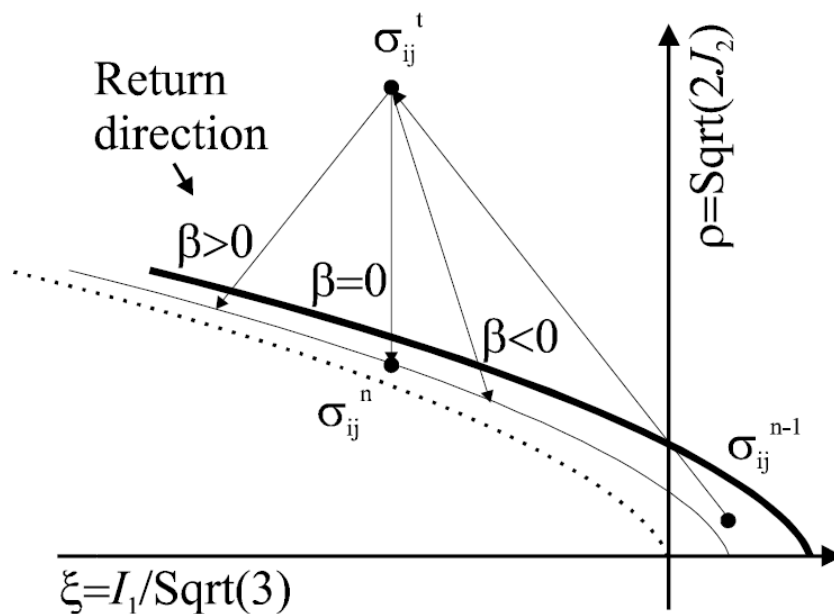


Figura 5.2 – Método de preditor-corretor [6]

5.1.1.2. Modelo constitutivo para betão confinado

O modelo constitutivo para betão confinado é definido pelo material *CC3DNonLinCementitious3*, versão avançada do material *CC3DNonLinCementitious2*, que tem a capacidade de lidar com a deformação elevada de um betão sujeito a um carregamento triaxial, sendo o material mais indicado aquando da modelação de betão confinado.

Sendo a superfície de cedência deste modelo definida também pelo critério de Willam-Warnke, com as leis de endurecimento e de amolecimento a afetarem o critério de cedência e o parâmetro de fricção:

$$F(\xi, \rho, \theta) = \left[\sqrt{1,5} \frac{\rho}{k(\kappa) f_c'} \right]^2 + m \left[\frac{\rho}{k(\kappa) \sqrt{6} f_c'} r(\theta, e) + \frac{\xi}{k(\kappa) \sqrt{3} f_c'} \right] - c(\kappa) = 0 \quad (5.11)$$

$$m = 3 \frac{(k(\kappa) f_c')^2 - f_t'^2}{k(\kappa) f_c' f_t'} \frac{e}{e + 1} \quad (5.12)$$

i) Lei de endurecimento/amolecimento

Durante o escoamento plástico a superfície de cedência sofre alterações consequência do endurecimento/amolecimento do betão, sendo essa variação controlada pelo parâmetro de endurecimento/amolecimento, κ , geralmente associado ao valor da extensão plástica. Contudo esta abordagem revela alguns defeitos na descrição do aumento da capacidade de deformação do betão quando sujeito a um carregamento triaxial, pelo que para caracterizar este fenómeno são utilizadas diversas formas de dimensionamento dependentes do estado de tensão ou da deformação volumétrica plástica, tendo a desvantagem de tornar ainda mais complexa a tarefa de calibração. Admitindo-se simplificada, que o parâmetro de endurecimento/amolecimento toma o valor da deformação plástica volumétrica [36], sendo o incremento de deformação plástica volumétrica definido pela seguinte expressão:

$$d\varepsilon_v^p = d\kappa = d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p \quad (5.13)$$

Uma vez que a localização e forma da superfície de cedência é dependente da lei de endurecimento/amolecimento, que por sua vez é controlada pelo parâmetro de endurecimento/amolecimento, κ , sendo este parâmetro de valor igual à deformação plástica volumétrica, tanto a lei de endurecimento, como a de amolecimento podem ser definidas em termos dessa deformação:

$$k(\kappa) = k(\varepsilon_v^p) = k_0 + (1 - k_0) \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon_{v,t}^p - \varepsilon_v^p}{\varepsilon_{v,t}^p} \right)^2} \quad (5.14)$$

$$c(\kappa) = c(\varepsilon_v^p) = \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{n_1 - 1}{n_2 - 1} \right)^2} \right)^2 \quad (5.15)$$

Onde,

$$n_1 = \frac{\varepsilon_{v,t}^p}{\varepsilon_v^p} \quad (5.16)$$

$$n_2 = \frac{(\varepsilon_{v,t}^p + t)}{\varepsilon_{v,t}^p} \quad (5.17)$$

O parâmetro t na expressão (5.17) controla o declive da função que define a lei de amolecimento. A evolução das leis de endurecimento e amolecimento pode ser observada na Figura 5.3.

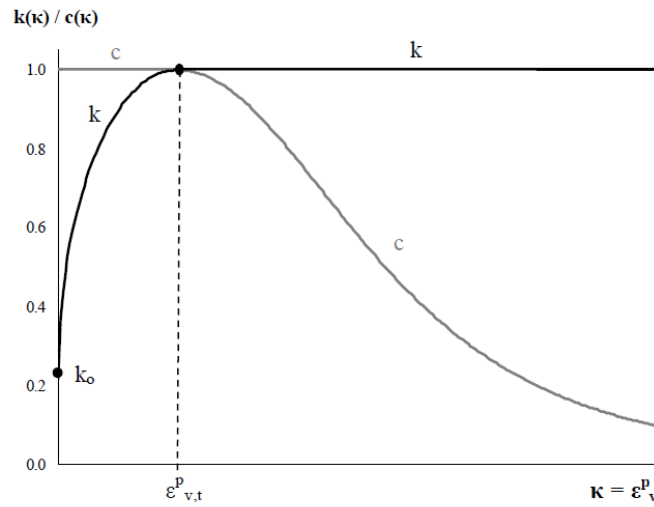


Figura 5.3 – lei de endurecimento/amolecimento (modelo constitutivo para betão confinado) [6]

ii) Função de potencial plástico

Neste modelo de betão confinado é assumido uma lei de escoamento não-associada, pelo que a função de cedência não coincide com a função de potencial plástico. Sendo a função de cedência definida pelo critério de Willam-Warnke, resta apenas definir a função de potencial plástico, g :

$$g = A \left(\frac{\rho}{k\sqrt{c}f_c} \right)^n + \left[C + \frac{1}{2}(B - C)(1 - \cos 3\theta) \right] \frac{\rho}{k\sqrt{c}f_c} + \frac{\xi}{k\sqrt{c}f_c} - a \quad (5.18)$$

Onde a forma da superfície de potencial plástico é definida pelos parâmetros A, B e C , assumindo-se que a inclinação (ψ) do incremento do vetor da deformação plástica é idêntico ao vetor da deformação plástica total em três estados de tensão diferentes (nomeadamente uniaxial, biaxial e triaxial), com o intuito de calibrar estes três parâmetros.

A constante de atração (a) é introduzida apenas por fins matemáticos, não sendo um parâmetro do utilizador.

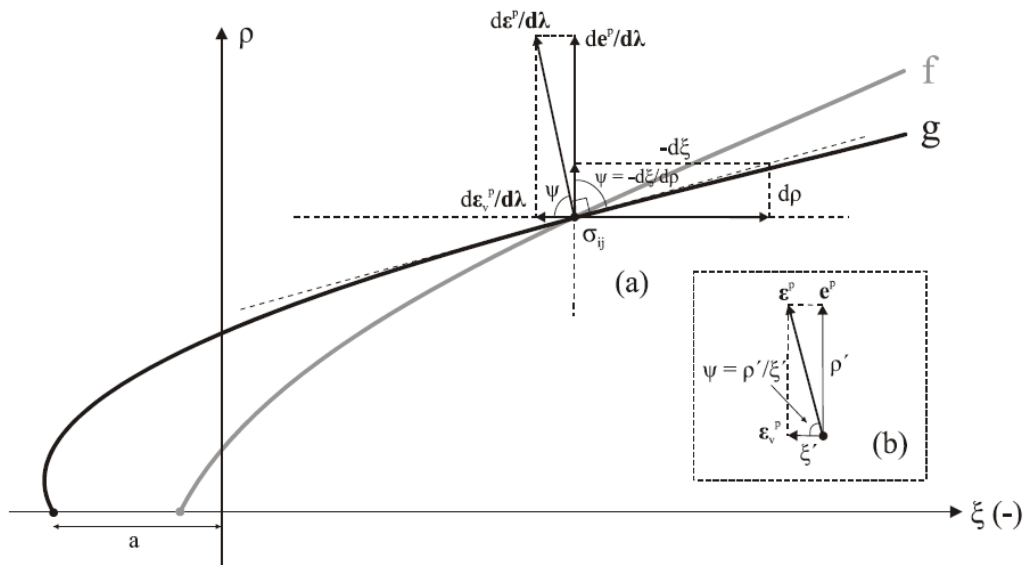


Figura 5.4- Função de potencial plástico e função de cedência no plano (ξ, ρ) [6]

A introdução deste modelo no programa *ATENA* é conseguida através de um ficheiro *Input*, no qual o utilizador introduz os diversos parâmetros relativos ao betão e para os quais existem parâmetros recomendados (Anexo A) e os parâmetros necessários para a caracterização do betão estão descritos no Anexo B.

O valor dos parâmetros de potencial plástico (A , B , C), pode ainda ser obtido numericamente, admitindo três estados de tensão distintos: estado de tensão uniaxial (sendo ψ_1 a inclinação do vetor da deformação plástica e ρ_1 o comprimento deviatórico do vetor da tensão), estado de tensão equibiaxial (ψ_3 , ρ_3) e um estado de tensão triaxial (ψ_2 , ρ_2).

5.1.2. Aço

Para as armaduras de aço é assumido um comportamento multilinear, definido por um material do tipo *CCReinforcement*, pelo que é necessário definir diferentes pontos, a fim de definir as diferentes fases, fase elástica, patamar de cedência, endurecimento e rotura. Esta definição do comportamento do aço só é possível para os casos onde os ensaios experimentais realizados para as armaduras estejam disponíveis.

Relativamente às chapas metálicas de reação e de aplicação de carga atribuiu-se um comportamento linear, definido por um material do tipo *3D Elastic Isotropic* ao qual foi atribuído um módulo de elasticidade de 210 GPa.

5.1.3. Compósitos de FRP

Os tecidos de FRP utilizadas nos ensaios experimentais são compostas por fibras e pela respetiva resina (matriz), pelo que definiu-se os dois componentes através de materiais diferentes. No caso das fibras, estas foram modeladas com um comportamento linear elástico,

definido por um material do tipo *CCReinforcement*, como representado na Figura 5.5. Quanto à resina esta foi definida por um material do tipo *3D Bilinear Steel Von Mises*. O comportamento da resina poderia em alternativa ser definido por um material do tipo *3D Elastic Isotropic*, todavia a caracterização do comportamento através deste ultimo material torna-se menos preciso, pois não permite indicar quando se dá a rotura da resina, apenas o seu módulo de elasticidade.

Os ensaios experimentais disponíveis foram realizados utilizando provetes compostos com fibras e resina, com o intuito de determinar o comportamento conjunto destes materiais, pelo que a modelação destes dois elementos em separado será posteriormente calibrada por forma obter-se numericamente um módulo de elasticidade equivalente ao experimental.

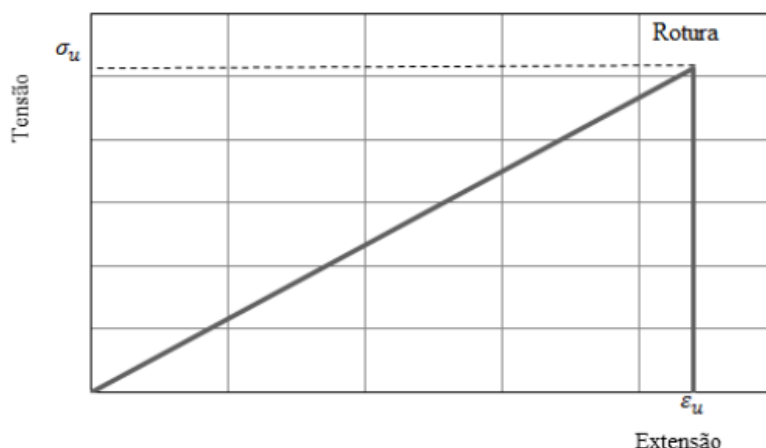


Figura 5.5– Comportamento linear elástico das fibras [16]

5.2. Tipos de elementos utilizados na modelação

No programa *ATENA* a definição de um elemento de betão é feito através de um ou vários “macroelementos”, pelo que no caso de uma modelação onde o elemento seja composto por betões de diferentes idades, ou com diferentes características, com a criação de “macroelementos” distintos, a cada um deles poderão ser atribuídas diferentes características, sendo que entre cada um deles se criará uma superfície de contacto, não obstante que nesse mesmo contacto poderá ainda existir incompatibilidade de malhas, pelo que o número de “macroelementos” deverá ser o mais reduzido possível.

Podem definir-se dois tipos de “macroelementos”, os *standard* e os *shell/plate*, sendo que o tipo de elementos a utilizar para o betão e para as chapas metálicas serão elementos *standard* e para o FRP, apesar de ser indicado por Červenka [5] que o elemento mais indicado será *shell/plate*, será também utilizado um elemento *standard*.

Relativamente às armaduras, estas podem ser definidas como *Reinforcement bars* ou podem ser introduzidas diretamente nos “macroelementos” como *Smeared reinforcement*, sendo a primeira opção uma representação mais próxima da realidade.

Em termos de elementos finitos, apesar de Červenka [4] aconselhar o uso de elementos “brick” na malha para caracterização do betão, este tipo de elementos só pode ser

aplicado a elementos de seis faces, pelo que não será o mais indicado na modelação de provetes cilíndricos, assim sendo, adotaram-se elementos “Brick and Tetra” tanto nos elementos de betão, como nas chapas metálicas.

Relativamente aos compósitos de FRP foram utilizados elementos finitos quadrangulares do tipo “Brick”, pois neste caso os elementos são compostos por seis faces.

5.3. Descrição geral dos modelos

Em geral, a modelação de um problema não linear pode ter problemas de convergência, podendo estes problemas derivar das características adotadas para os materiais, do refinamento da malha ou do modo de definir os apoios e aplicar os carregamentos. No sentido de diminuir os problemas relacionados com a convergência, testaram-se inúmeros modelos, dos quais resultou um modelo final, modelo esse ao qual se aplicaram os diversos níveis de reforço e o respetivo carregamento.

5.4. Tipo de carregamento e parâmetro de solução

O betão confinado por materiais compósitos tem um comportamento elasto-plástico, apresentando na zona elástica uma relação entre a tensão e a deformação constante e posteriormente na zona plástica observa-se que a um pequeno aumento de tensão, corresponde um maior aumento de deformação, pelo que o carregamento imposto aos modelos realizou-se por incrementos de deslocamentos.

O programa de elementos finitos oferece duas possibilidades na definição do parâmetro de solução, o método de *Newton-Raphson* e o *Arc Length*. Apesar da diferença entre os parâmetros, na maioria dos modelos os resultados obtidos foram os mesmos, contudo observou-se que o método de *Arc Length* em alguns casos apresentava problemas de convergência, que não se verificou com o método de *Newton-Raphson*, pelo que se adotou este último método.

5.5. Definição de apoios e aplicação de carregamentos

Os apoios definiram-se por forma a reproduzir o sistema de ensaio das colunas ou dos pilares, tendo-se implementado chapas metálicas quadrangulares e com uma espessura de 5 cm, deste modo, ao aplicar-se o carregamento ou as condições de apoio nas chapas metálicas, são evitadas concentrações de tensões nos elementos de betão.

Capítulo 6

Modelação de colunas e pilares circulares de betão armado reforçadas com FRP

Neste capítulo vai-se proceder à modelação numérica não-linear de colunas e pilares de betão armado reforçadas com compósitos de FRP. Para efeito, serão utilizados como referência, ensaios experimentais de colunas sujeitas a compressão axial e pilares sujeitos a compressão axial e cargas horizontais alternadas. Os resultados da modelação das colunas serão comparados com os ensaios experimentais e com o modelo desenvolvido por Chastre & Silva [12].

Na parte inicial da modelação vai-se modelar o comportamento do betão, das fibras e do aço dos ensaios realizados por Chastre [7], por forma a calibrar o modelo numérico e a simular o comportamento dos ensaios o mais próximo da realidade possível. Uma vez calibrado o modelo numérico será extrapolado para os demais, com alturas, diâmetros e níveis de confinamento diferentes.

A simulação incidirá, sob 3 dos 11 pilares circulares e 9 colunas com 250 mm de diâmetro e carregamento monotónico, das 45 ensaiadas.

Geometricamente, as colunas possuem 250 mm de diâmetro e 750 mm de altura, com uma relação $\lambda=h/D=3$, sendo que os pilares têm um diâmetro de 250 mm e 1500 mm de altura sobre uma base de 1200 x 600 x 500 mm³. Das 9 colunas, 3 eram compostos por betão simples e as restantes seis por betão armado (6 ϕ 12; ϕ 6//0,15). Nas colunas de betão armado foi analisada a influência do nível de confinamento através de uma, duas, três e quatro camadas de fibra de carbono e nos modelos de betão simples a influência do tipo de fibra, carbono ou vidro (2 camadas). Dos 3 pilares circulares, todos de betão armado (6 ϕ 12; ϕ 6//0,15), 2 foram reforçados com fibras de carbono, tendo um sido reforçado em toda a altura e o outro apenas junto à base. Na Tabela 6.1 apresenta-se as características dos modelos considerados na simulação numérica.

Tabela 6.1 - Características dos modelos ensaiados por Chastre [7] e considerados na simulação numérica

Modelo	Tipo	Confinamento	Tipo de carregamento
C29	Coluna de betão simples	-	Axial
C31		2 GFRP	
C33		2 CFRP	
C30	Coluna de betão armado (6ø12; ø6//0,15)	-	
C32		2 GFRP	
C41		1 CFRP	
C34		2 CFRP	
C43		3 CFRP	
C44		4 CFRP	
P1	Pilar circular de betão armado (6ø12; ø6//0,15)	-	Flexão Composta
P4		Junta de 25 mm + 2 CFRP em 1,5 D	
P7		2 CFRP em L	

6.1. Propriedades dos materiais

As propriedades dos materiais aqui apresentadas resultam de ensaios experimentais executados por Chastre [7] maioritariamente no Laboratório de Estruturas e no de Ensaios Mecânicos do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Nova de Lisboa.

6.1.1. Betão

O betão presente nas colunas e nos pilares em análise foi caracterizado através de vinte e dois provetes cúbicos com 150x150x150 mm³, seis provetes cilíndricos de ø150 mm e dois provetes prismáticos de 150x150x600 mm³.

O módulo de elasticidade (E_c), a tensão de rotura à compressão (f_{cm}), e a resistência à tração por compressão diametral ($f_{ct,sp}$) foi obtida através do ensaio de provetes cilíndricos. Através dos provetes cúbicos obteve-se a tensão de rotura à compressão ($f_{cm,cub}$), e dos provetes prismáticos, a resistência à tração por flexão ($f_{ct,fl}$). Na tabela seguinte apresenta-se uma síntese dos resultados da caracterização do betão aos vinte e oito dias. As expressões (6.1) e (6.2) foram calibradas através dos ensaios experimentais.

Tabela 6.2 - Características do betão aos 28 dias [7]

$f_{cm,cub}$ (MPa)	f_{cm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	$f_{ct,sp}$ (MPa)	$f_{ct,fl}$ (MPa)	E_c (GPa)
32,7	27,4	2,31	2,57	3,18	22,3

$$f_{cm} = 0,839 \times f_{cm,cub} \quad (6.1)$$

$$E_c = 4250 \times \sqrt{f_{cm}} \quad (6.2)$$

Os restantes valores foram obtidos pelas expressões seguintes, presentes no Model Code 90:

$$f_{ctm} = 0,3 \times (f_{cm} - 8)^{\frac{2}{3}} \quad (6.3)$$

$$f_{ct,sp} = \frac{f_{ctm}}{0,9} \quad (6.4)$$

$$f_{ct,fl} = 1,376 \times f_{ctm} \quad (6.5)$$

6.1.2. Aço

O aço utilizado pertence à classe A400, sendo os varões de ø6 endurecidos a frio (ER) e os de ø12 laminados a quente (NR), tendo sido ensaiados provetes representativos dos varões de aço, a fim de se caracterizar o seu comportamento.

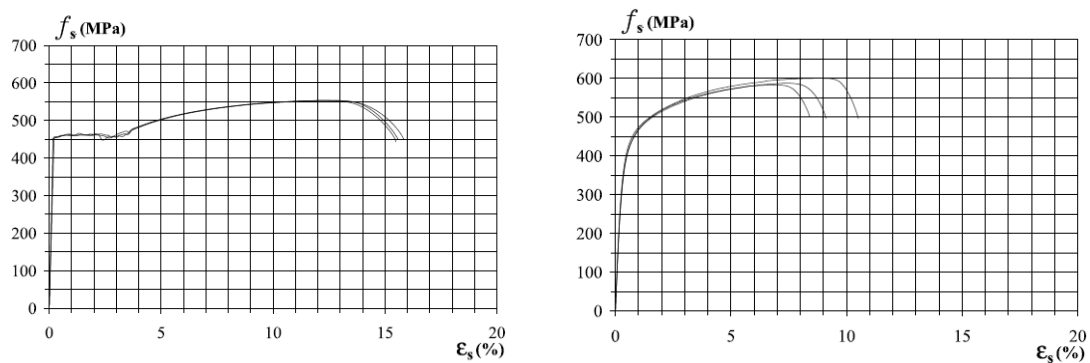


Figura 6.1- Diagrama de tensão deformação dos varões de ø12 e ø6 [7]

A Tabela 6.3 apresenta os valores médios da tensão de cedência (f_{ym}), tensão limite convencional de proporcionalidade a 0,2% ($f_{0,2m}$), tensão de rotura à tração (f_{tm}), valor médio do módulo de elasticidade (E_{sm}) e da extensão total na força máxima (ε_{sum}) e na rotura (ε_{srm}).

Tabela 6.3 - Valores médios dos ensaios de caracterização dos varões de aço [7]

Armaduras	Tipo	f_{ym} (MPa)	$f_{0,2m}$ (MPa)	f_{tm} (MPa)	E_{sm} (GPa)	ε_{sum} (%)	ε_{srm} (%)
Ø6	ER	-	391	590	198	7,5	9,3
Ø12	NR	458	-	553	228	12,3	15,6

6.1.3. FRP

Os materiais compósitos de FRP são essencialmente constituídos por fibras, caracterizadas por um comportamento frágil, uma elevada resistência à tração e um elevado módulo de elasticidades [7].

Neste estudo experimental [7] foram utilizados sistemas exteriores de reforço saturados e curados *in situ* onde foram utilizadas as fibras de carbono (CFRP) *MBrace C1-30* impregnadas com a resina *MBrace Saturante* e fibras de vidro (GFRP) *Tyfo SEH-51* saturadas com a resina *Tyfo S Epoxy*.

6.1.3.1. Compósitos de CFRP

Para caracterizar o compósito de CFRP foram preparados e ensaiados [7] dez provetes do sistema *MBrace* com duas camadas ($0^0/0^0$), tendo sido efetuada a mistura da resina com o endurecedor na proporção de acordo com as especificações do fabricante [1].

Para os provetes foi considerada uma espessura de cálculo de 0,176 mm/camada e as dimensões de 25x250 mm², aos quais se realizaram ensaios de tração cujos resultados médios para a tensão na rotura (f_{fm}), módulo de elasticidade (E_{fm}) e extensão na rotura (ε_{fm}) se apresentam na Tabela 6.4 e o respetivo diagrama de tensão-deformação na Figura 6.2.

Tabela 6.4 - Valores médios dos ensaios de caracterização do CFRP [7]

f_{fm} (MPa)	ε_{fm} (%)	E_{fm} (GPa)
3937	1,54	241

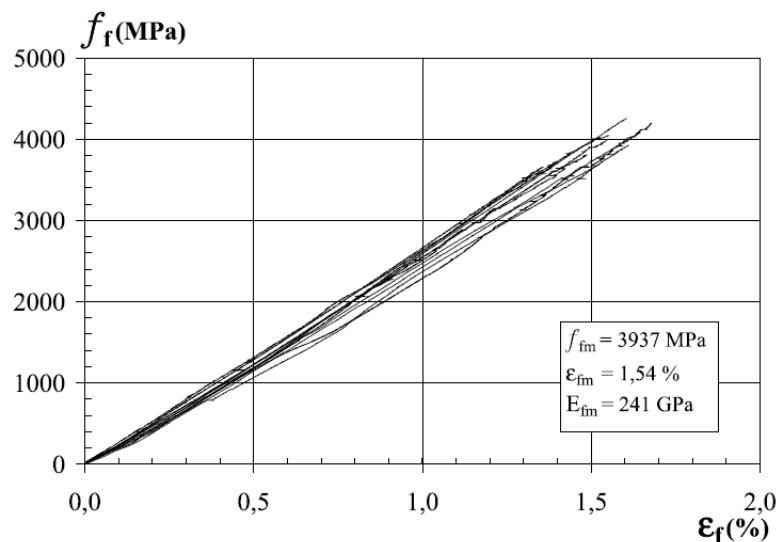


Figura 6.2 - Diagrama de tensão-deformação dos ensaios dos provetes de CFRP[7]

6.1.3.2. Compósitos de GFRP

Para caracterizar o compósito de GFRP foram preparados e ensaiados [7] seis provetes do sistema *Tyfo* com duas camadas ($0^0/0^0$), tendo sido efetuada a mistura da resina com o endurecedor na proporção de acordo com as especificações do fabricante [23, 24].

Para os provetes foi considerada uma espessura de cálculo de 1,27 mm/camada e as dimensões de 25x250 mm², aos quais se realizaram ensaios de tração cujos resultados médios para a tensão na rotura (f_{fm}), módulo de elasticidade (E_{fm}) e extensão na rotura (ε_{fm}) se apresentam na Tabela 6.5 e o respetivo diagrama de tensão-deformação na Figura 6.3.

Tabela 6.5 - Valores médios dos ensaios de caracterização do GFRP [7]

f_{fm} (MPa)	ε_{fm} (%)	E_{fm} (GPa)
459	2,17	21

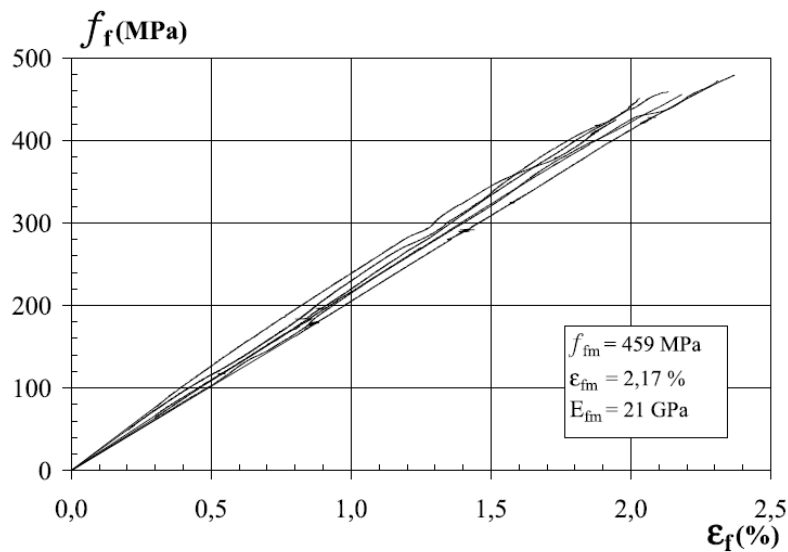


Figura 6.3 -Diagrama de tensão-deformação dos ensaios dos provetes de GFRP [7]

6.2. Modelação numérica das colunas de betão armado reforçadas com FRP

Nos modelos em *ATENA* das colunas ensaiados à compressão monotónica foi modelada apenas a quarta parte da coluna, à qual foram aplicadas as respectivas condições de simetria, por forma a diminuir o número de elementos finitos. Modelou-se inicialmente os provetes sem nenhum tipo de confinamento para calibrar os parâmetros a utilizar nos materiais, a malha de elementos finitos e o incremento de deslocamento a utilizar.

Para a definição de arcos e círculos, o programa de cálculo automático utiliza uma aproximação através de retas, permitindo fazer a aproximação através de uma divisão por um determinado ângulo ou através de um número inteiro de retas. Neste caso optou-se por dividir o quarto de círculo de 5 em 5°. Esta divisão representa um equilíbrio entre o número de elementos finitos representando o betão armado e os dos elementos compósitos aplicados nas faces da coluna, pois quanto maior o número de divisões, maior o número de elementos finitos. Na Figura 6.4 é possível ver a malha de elementos finitos referente ao quarto de coluna quarta, bem como as condições de simetria adotadas.

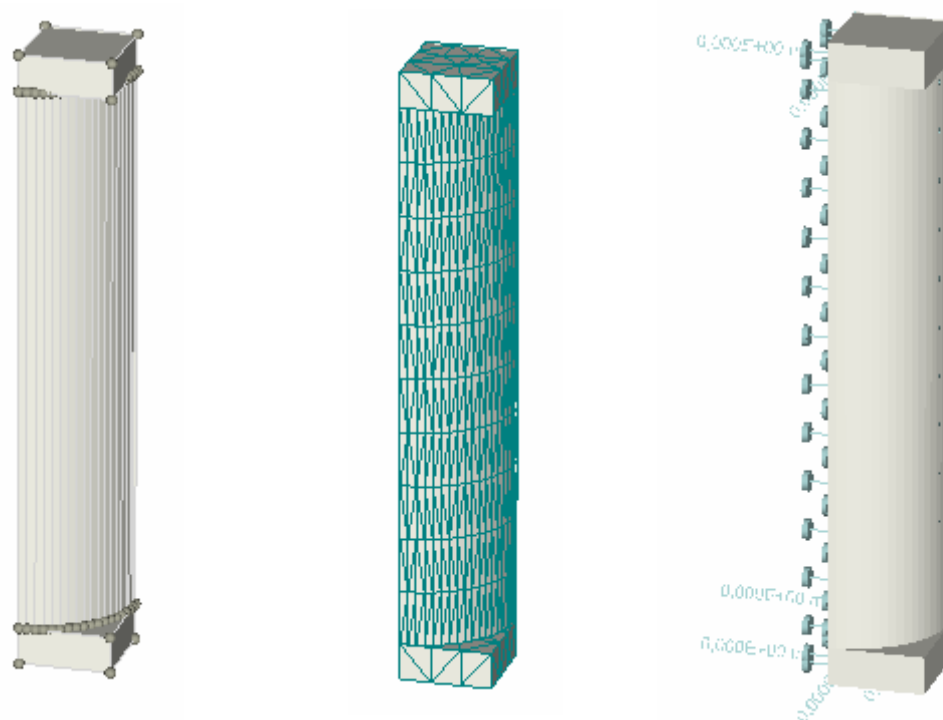


Figura 6.4 – Malha de elementos finitos e condições de simetria adotadas no quarto de coluna no programa *ATENA*

6.2.1. Betão Simples

Efetuuou-se a simulação da coluna de betão simples (C29) sujeita à compressão monotónica, de modo a calibrar o material betão e comparar os resultados do modelo, com os resultados experimentais obtidos. Através desta modelação foi possível definir a malha a utilizar, quer no elemento de betão, quer nas chapas metálicas, bem como o incremento de deslocamento mais indicado.

O comportamento não linear do betão sob ação da compressão no programa *ATENA* é regido na fase ascendente pelo Model Code 90 e na fase descendente é baseada em ensaios experimentais realizados por Van Mier, que recomenda em casos de compressão monotónica um deslocamento máximo pós pico de $0,5 \text{ mm}$, $w_d = -5,0 \times 10^{-4} \text{ m}$.

No entanto, este valor de deslocamento pós pico difere de ensaio experimental em ensaio experimental, pelo que foi necessário calculá-lo para o modelo C29, tendo-se obtido um valor de deslocamento máximo, $w_d = -3,0 \times 10^{-4} \text{ m}$, que como se pode observar na Figura 6.5 corresponde à seguinte expressão:

$$w_d = \varepsilon_d - \varepsilon_c \quad (6.6)$$

Onde ε_d foi obtido pela análise do diagrama de tensão-deformação e como $\varepsilon_c = 0,22\%$, obteve-se:

$$w_d = 0,26 - 0,22 = 0,04\% \rightarrow 0,03 \text{ m} \quad (6.7)$$

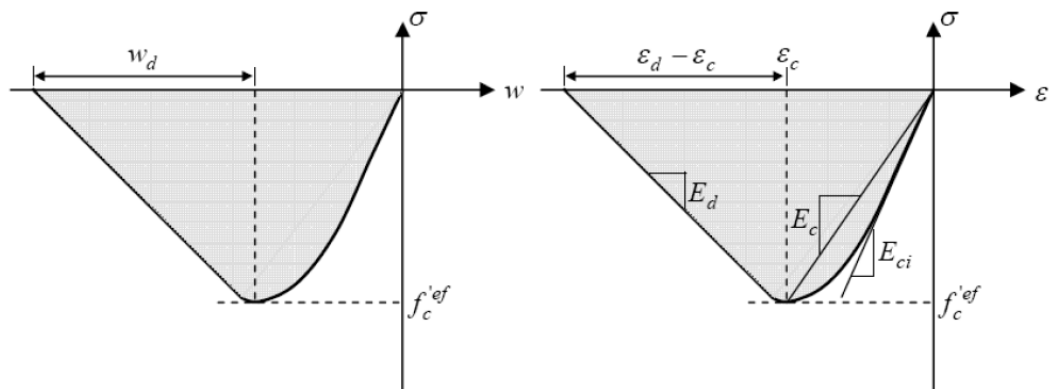


Figura 6.5 – Diagrama de tensão-deformação do betão sujeito a compressão uniaxial [44]

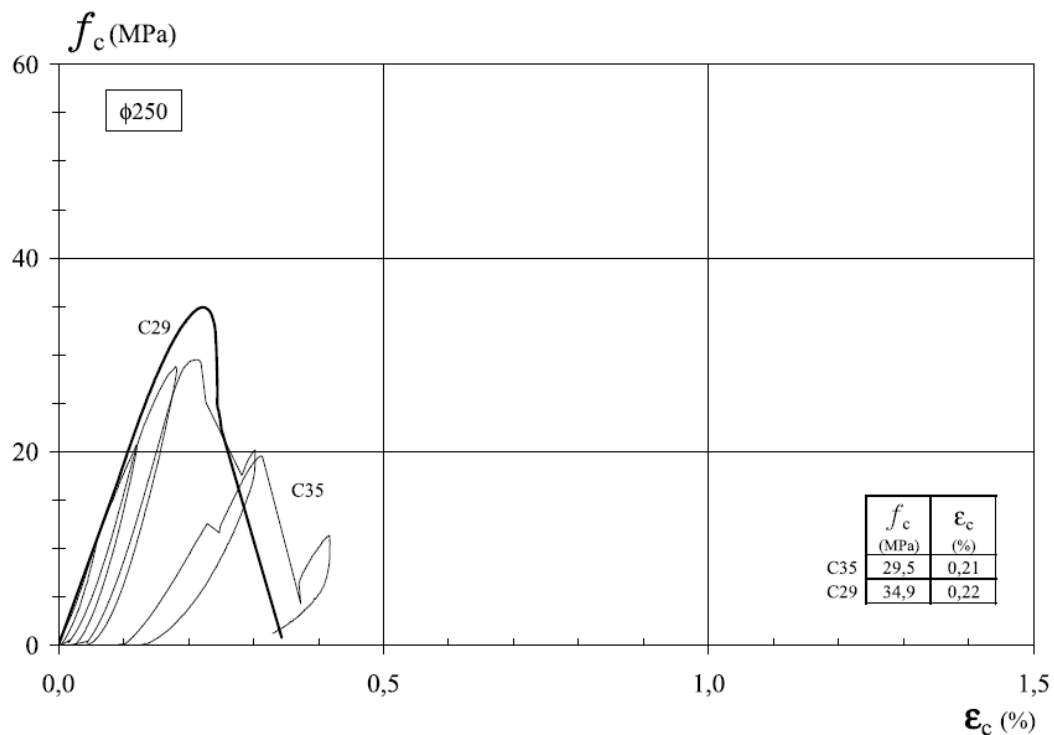


Figura 6.6 – Diagrama tensão-deformação da coluna de betão simples (C29) [7]

Devido à reduzida deformação apresentada pelo modelo de betão simples, foi adotado um incremento de 0,05 mm/ passo, num total de 43 passos. Adotou-se uma malha de elementos lineares do tipo “*Brick and tetra*” com dimensões globais de 0,1 m, atribuindo um coeficiente de 0,75 ao elemento de betão, originando 696 elementos e um coeficiente de 0,5 às chapas metálicas, gerando 55 elementos/chapa. Para a caracterização do elemento betão foi atribuído uma resistência à compressão de 35,2 MPa [12] tendo os restantes parâmetros sido calculados através das expressões (6.2) (módulo de elasticidade) e (6.3) (resistência à tração

do betão). Na Figura 6.7 apresenta-se os resultados obtidos em comparação com o resultado experimental para o modelo C29.

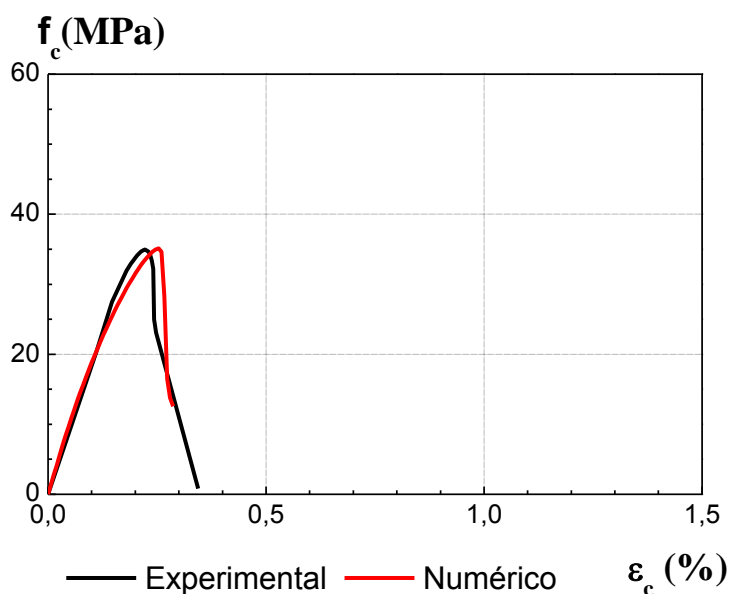


Figura 6.7- Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C29

Como se pode verificar, a resposta inicial do modelo numérico é concordante com o ensaio experimental, contudo na segunda fase, como referido no capítulo 2, a curvatura é mais acentuada no modelo numérico do que experimentalmente, uma vez que se deverá ao modo como o programa interpreta a propagação de fendas e, não sendo o efeito relevante para os demais modelos, este não será considerado.

Contudo, verificou-se importante a definição do deslocamento máximo pós-pico, todavia para a maioria dos modelos, onde o betão estará confinado por materiais compósitos, segundo Sasmal [44], para casos de tensão multiaxial, uma vez que o betão apresenta um comportamento menos frágil, é recomendado um valor de $w_d = -5,0 \times 10^{-4} m$.

6.2.2. Compósitos de FRP

Segundo Cervenka [5] a modelação de materiais compósitos pode ser feita através da adição de “reinforcement bars” perto da superfície de betão ou através de uma camada de “smeared reinforcement”, sendo estas alternativas mais recomendadas para análises a duas dimensões. Existindo uma terceira hipótese de modelação do compósito, através de elementos *shell*, onde esse elemento corresponderá à resina epoxy e as fibras são adicionadas como “reinforcement layers”, definindo uma camada para cada direcção de fibras.

No entanto, através da modelação dos provetes de compósito, concluiu-se que a opção de caracterizar o compósito através de elementos *shell* não seria a mais adequada, uma vez que ocorreram demasiados erros no programa, impossibilitando a modelação através deste método, apesar de ser o recomendado para modelação tridimensional.

A opção de definir as resinas através de um elemento e posteriormente adicionar as fibras como “smeared reinforcement” representa uma hipótese mais viável, uma vez que através deste método é possível definir uma percentagem de “smeared reinforcement” presente no elemento, pelo que através dos ensaios aos provetes de compósitos se poderá calibrar o modelo numérico com a percentagem mais correta de fibras, por forma ao módulo de elasticidade obtido experimentalmente coincidir com o do modelo numérico, tendo a atribuição da percentagem sido efetuada através de um processo iterativo, para os diferentes compósitos.

Para o caso dos provetes ensaiados por Chastre [7], a calibração da percentagem foi efetuada através da modelação dos provetes de 25x250 mm² e com espessura de 0,176mm/camada para o provete de CFRP e 1,27 mm/camada para o GFRP, sendo necessário definir as direções das fibras, pelo que em ambos os provetes estas foram definidas com a direção x do referencial local (Figura 6.8 c)). Definiu-se uma malha do tipo “Brick” de elementos quadráticos com um tamanho global de 0,1m (em concordância com o modelo de betão) afetados de um coeficiente 0,2, perfazendo um total de 12 elementos finitos (Figura 6.8 b)). Apesar do reduzido número de elementos finitos, os resultados para um maior número de elementos não sofreu alterações, pelo que a fim de aliviar a carga computacional nos modelos posteriores se optou por esta malha. Foi ainda definida uma chapa metálica no topo do provete para evitar concentração de tensões no mesmo, onde foi monitorizado o valor da força, tendo a extensão sido obtida através de dois “monitoring points” colocados a meia altura do provete (Figura 6.8 b)).

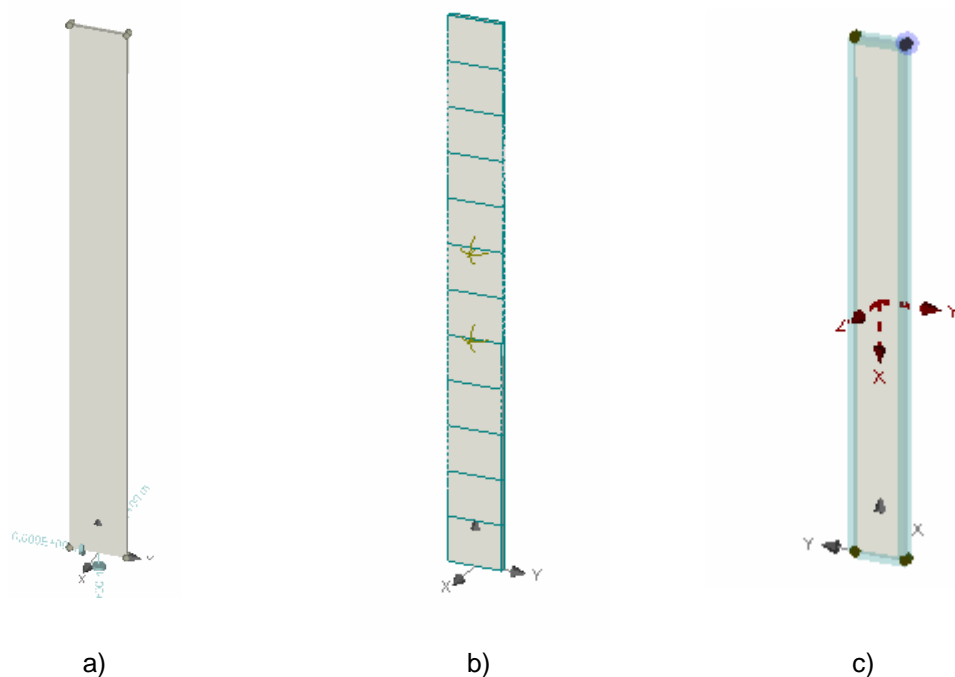


Figura 6.8 – Definição do modelo do compósito no ATENA

6.2.2.1. Compósitos de CFRP

O compósito de CFRP foi definido com uma espessura de 0,352 mm (2 camadas de 0°/0°) tendo sido definido o elemento resina como um material tipo “3D Bilinear Steel Von Mises” (inicialmente definido como “3D Elastic Isotropic”, contudo os resultados obtidos para os modelos confinados mostraram um comportamento mais plástico do que o esperado, optando-se por definir como “3D Bilinear Steel Von Mises”, baseado em Singhal [49]). A definição das características da resina epoxídica foram efetuadas de acordo com o fabricante [1] (Tabela 6.6), assim como as fibras [1], tendo estas sido definidas como um material “reinforcement” do tipo “multilinear”, à semelhança da definição dos varões de aço (Figura 6.9).

Tabela 6.6 – Propriedades da resina *MBrace Saturant*

Propriedades	
Módulo de elasticidade	3034 MPa
Coefficiente de poisson	0,4
Tensão de cedência	54 MPa
Módulo de endurecimento	120 MPa

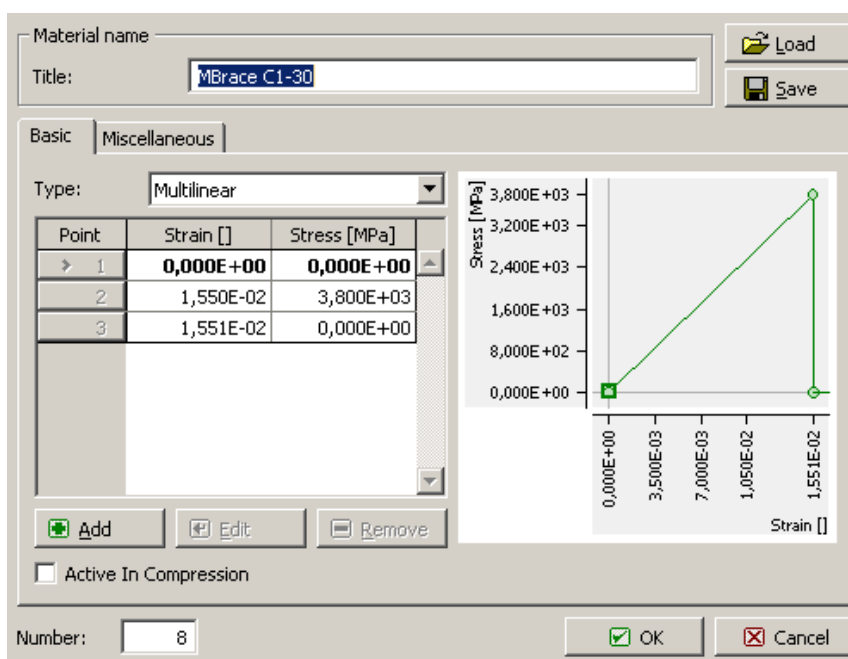


Figura 6.9 - Definição das fibras *MBrace C1-30* no programa *ATENA*

A fim de se obter um módulo de elasticidade de 241GPa foi atribuída uma percentagem de “smeared reinforcement” de 98%, que corresponde ao diagrama representado na Figura 6.10, com uma extensão na rotura de 1,58% e uma tensão de 3784 MPa.

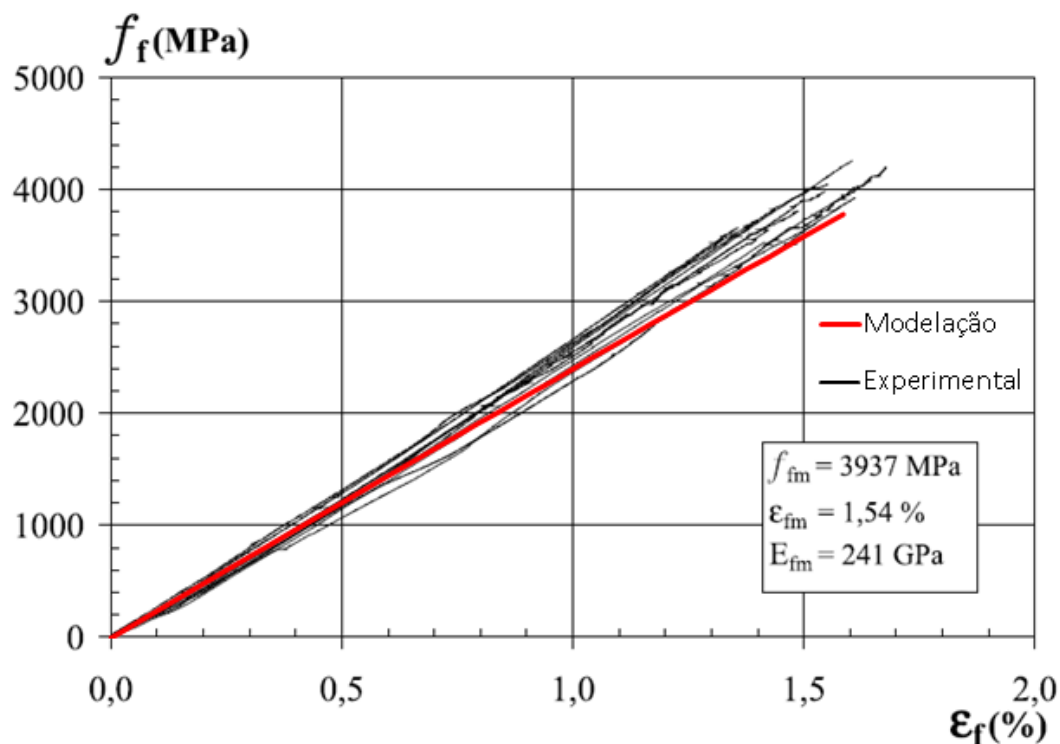


Figura 6.10 - Comparação dos resultados experimentais [7] e numéricos para o provete de fibras de carbono

6.2.2.2. Compósitos de GFRP

O compósito de GFRP foi definido com uma espessura de 2,54 mm (2 camadas de 0°/0°) tendo sido definido o elemento resina como um material tipo “3D Bilinear Steel Von Mises”. A definição das características da resina epoxídica foram efetuadas de acordo com o fabricante [23] (Tabela 6.7), enquanto as fibras, devido ao intervalo de valores apresentada pelo fabricante, foi assumido os valores médios obtidos por Chastre [7], tendo sido definidas como um material “reinforcement” do tipo “multilinear” (Figura 6.11).

Tabela 6.7 -Propriedades da resina *Tyfo S Epoxy*

Propriedades	
Módulo de elasticidade	3180 MPa
Coeficiente de poisson	0
Tensão de cedência	72,4 MPa
Módulo de endurecimento	0 MPa

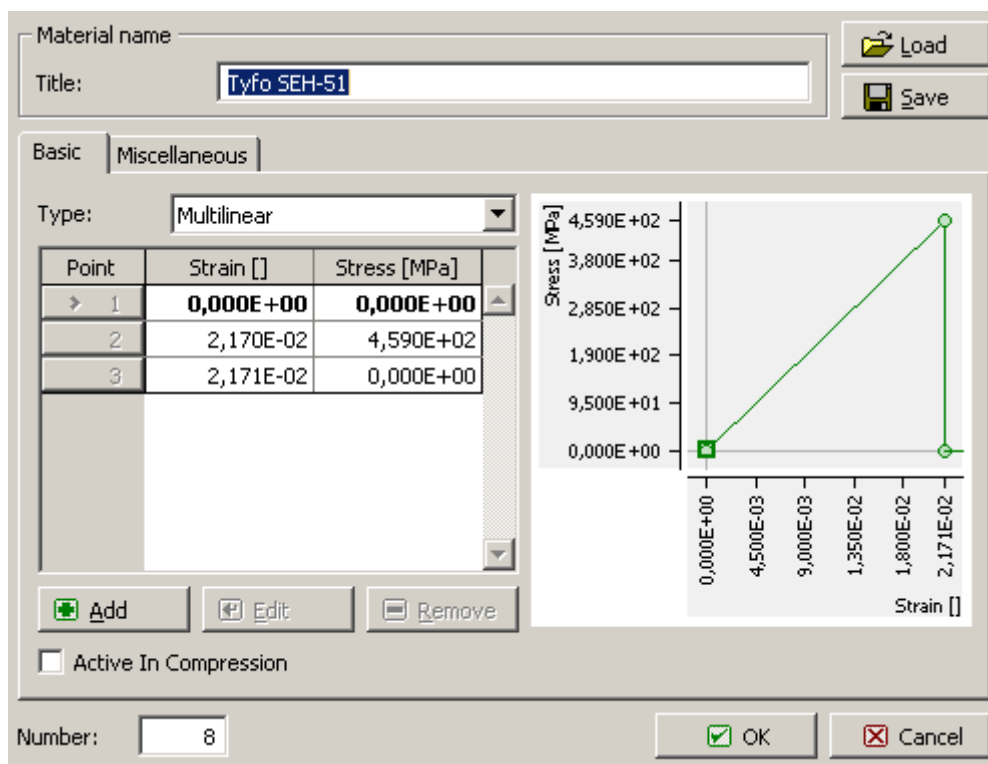


Figura 6.11- Definição das fibras Tyfo SEH-51 no programa ATENA

A fim de se obter um módulo de elasticidade de 21GPa foi atribuída uma percentagem de “smeared reinforcement” de 85%, que corresponde ao diagrama representado na Figura 6.12, com uma extensão na rotura de 2,16% e uma tensão de 543 MPa.

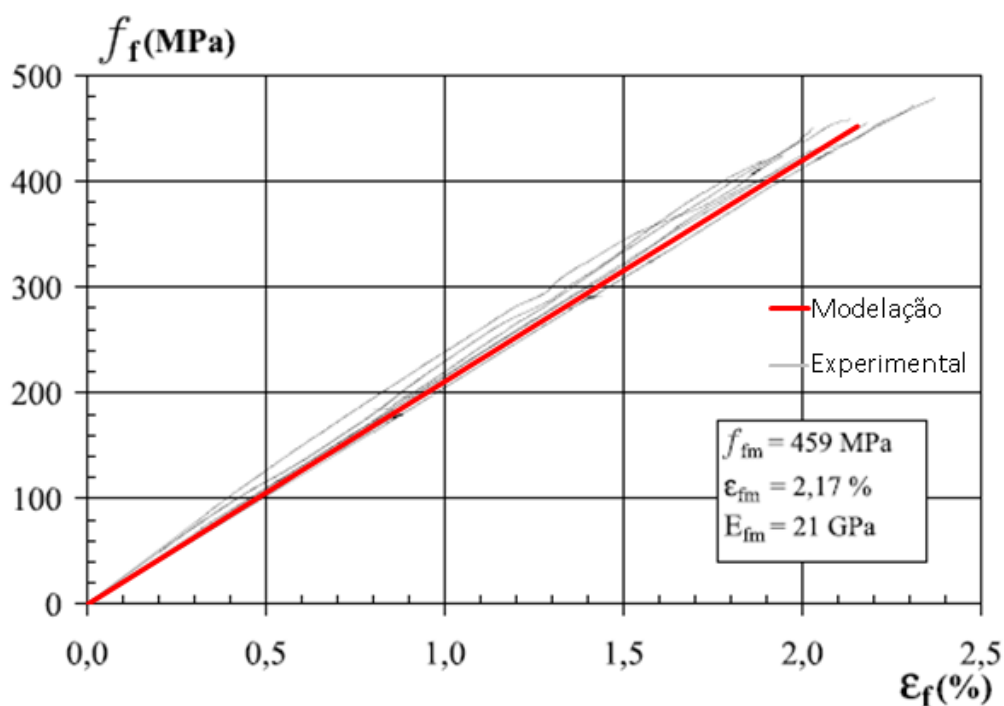


Figura 6.12- Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o provete de fibras de vidro

6.2.3. Colunas de Betão Armado

À semelhança do betão simples, o modelo de betão armado (C30) foi simulado utilizando o modelo inicialmente definido para modelar a coluna de betão simples, adicionando as armaduras ao quarto de provete, de notar que a coluna de betão armado é composta por 6 varões longitudinais, pelo que na introdução das armaduras, foi adicionado apenas 1 varão e meio, enquanto a dimensão e espaçamento dos estribos, foram definidos de acordo com a pormenorização (Figura 6.13).

Tanto os varões, como os estribos foram definidos utilizando o material “reinforcement” do tipo “multilinear”, traçando o equivalente ao diagrama de tensão-deformação obtido por Chastre [7] no ensaio dos varões (Figura 6.15).

Devido à deformação apresentada neste modelo de betão armado ser relativamente superior à do betão simples, foi adotado um incremento de 0,05 mm/passo, num total de 100 passos.

O betão foi caracterizado de modo idêntico ao do modelo C29, contudo o deslocamento máximo pós pico, não se tratando de um modelo de betão simples, foi adotado o valor definido por defeito no programa. Todavia neste caso as armaduras longitudinais têm influência no valor da resistência à compressão e uma vez que o programa permite escolher se as armaduras estão ou não ativas em compressão, como é possível de verificar na Figura 6.15, foi admitido que as armaduras longitudinais (varões de 12) estariam ativas em compressão, o que resultou numa resistência à compressão do modelo inferior à experimental, porém este resultado revelou-se ser mais correto, pois em comparação com o ensaio cíclico realizado, pois os valores obtidos coincidem com a envolvente de rotura, como é possível de observar na Figura 6.16.

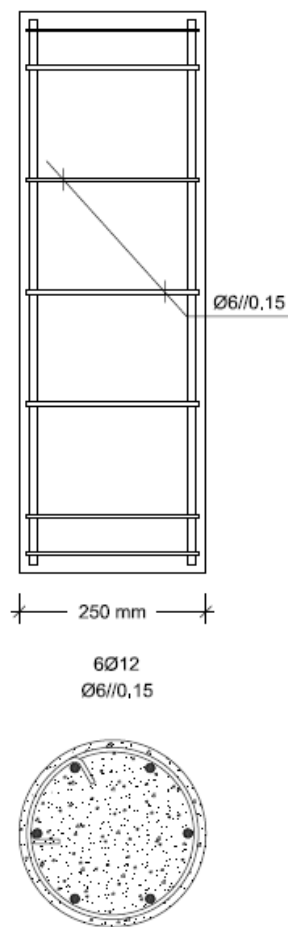


Figura 6.13 - Pormenorização das armaduras [7]

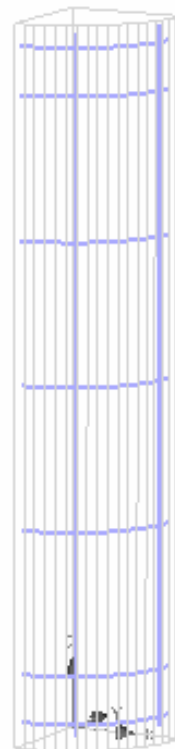


Figura 6.14 - Armaduras no programa ATENA

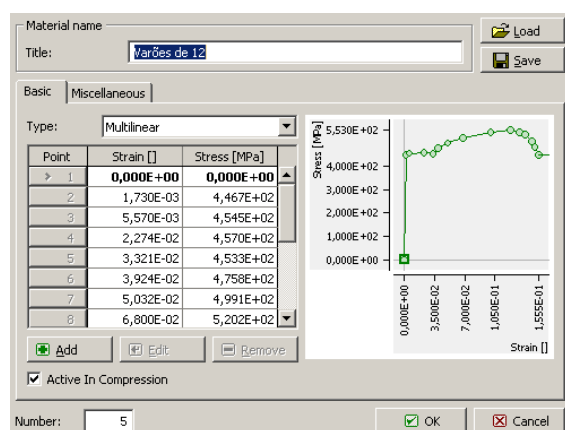
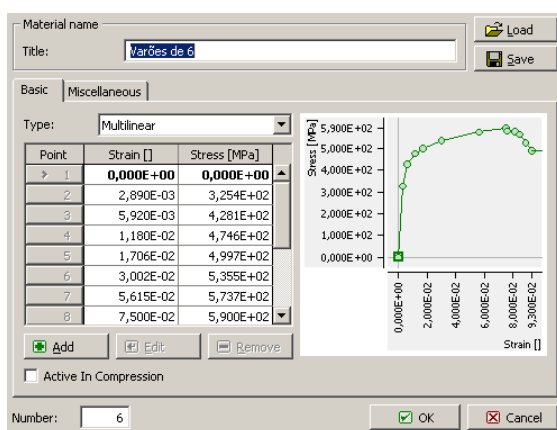


Figura 6.15 - Definição dos varões de $\phi 6$ e $\phi 12$ no programa ATENA

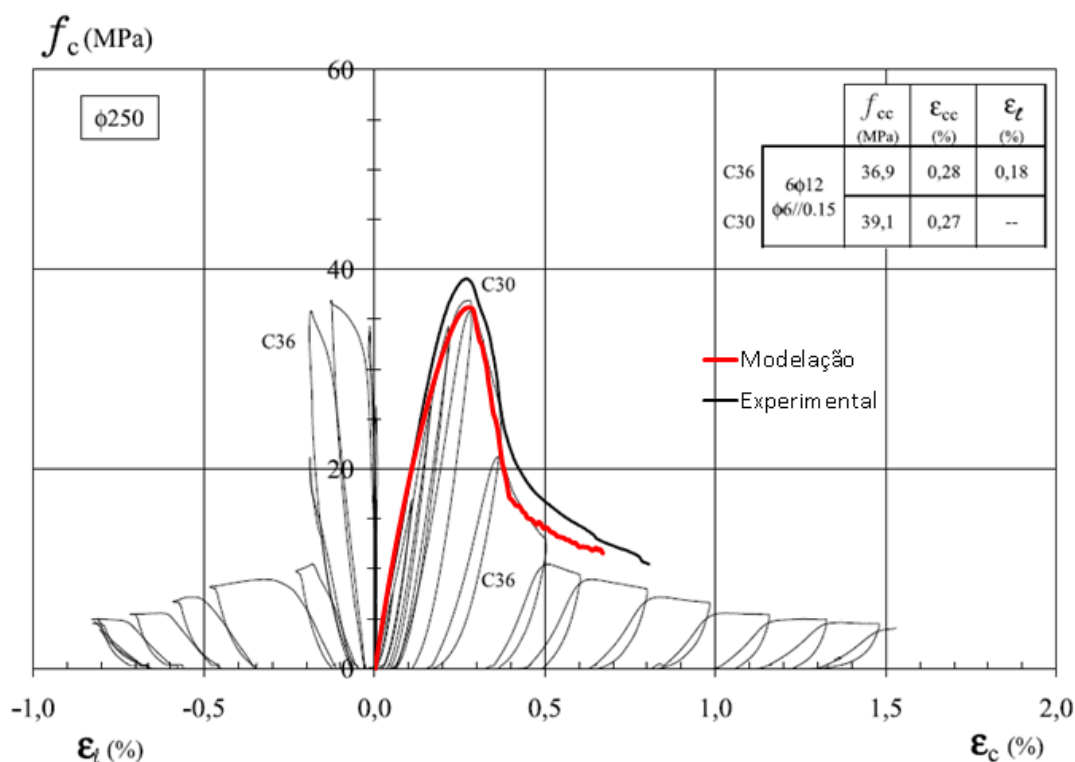


Figura 6.16 - Comparação dos resultados experimentais [7] e numéricos para o modelo C30

6.2.4. Colunas de Betão Armado reforçadas com FRP

Como referido no capítulo 5, o programa *ATENA* permite a modelação de betão confinado através de dois modelos distintos, o modelo de plasticidade para o esmagamento do betão e o modelo constitutivo para betão confinado. Destes dois modelos destaca-se o modelo constitutivo para betão confinado, uma vez que corresponde ao modelo criado para reproduzir efetivamente o comportamento do betão confinado, enquanto o outro modelo representa um comportamento em geral do betão, contudo estes serão os dois modelos analisados.

Para a definição do modelo de betão armado confinado, aproveitaram-se os modelos, quer de betão simples, quer de betão armado e adicionaram-se os elementos correspondentes ao material compósito.

Tal como para o provete, foi também necessário impor condições de simetria nas fibras de extremidade (Figura 6.17). No entanto, foi observado que com a aplicação das fibras, a força de reação medida na base do provete diferia da força medida no topo, pelo que se optou por adicionar 0,5 mm ao provete de betão no topo e na base, por forma às fibras não serem carregadas aquando do ensaio.

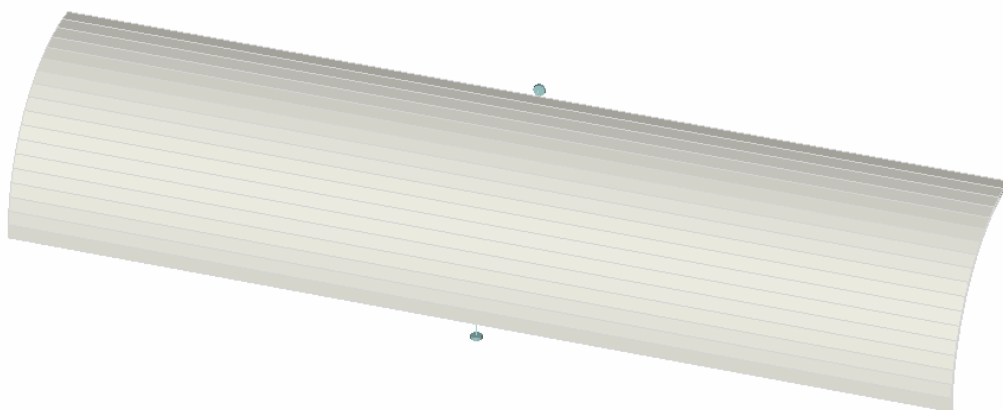


Figura 6.17 – Definição do material compósito e suas condições de simetria no programa *ATENA*

A direção em que as fibras estão orientadas é deveras importante, sendo esta orientação definida através de um referencial local, podendo este referencial ser diferente para cada fibra, contudo foi observado que o programa elege a orientação x do referencial, sendo necessário definir as fibras segundo esta direção. Para tal, foi necessário orientar o provete de modo a conseguir-se definir os referenciais locais para que a orientação x do referencial local correspondesse à respetiva direção das fibras (Figura 6.18).

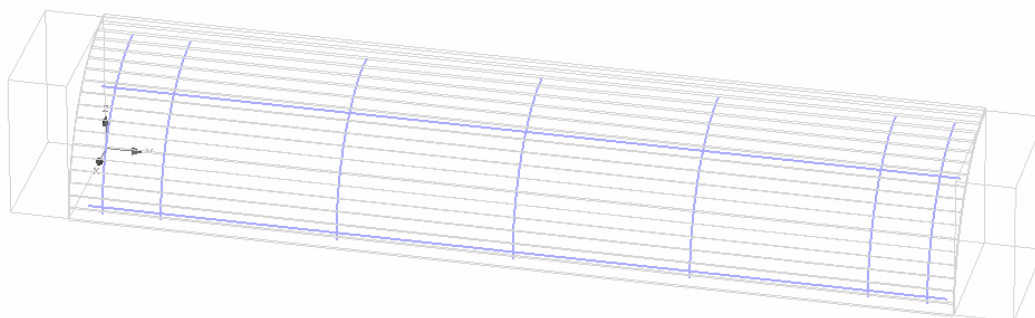


Figura 6.18– Orientação do provete de betão armado no programa *ATENA*

6.2.4.1. Modelo de plasticidade para o esmagamento do betão

Aproveitando o modelo de betão simples (C29) e adicionando 2 camadas de fibras de carbono modelou-se o provete de betão simples confinado com 2 camadas de CFRP (C33). A modelação das fibras foi efetuada como descrito anteriormente, contudo este tipo de modelação não permite a medição da extensão no CFRP, permitindo apenas observar a extensão em cada passo, havendo possibilidade de posteriormente no “post-processor” consultar em cada passo o valor máximo da extensão no CFRP. Contudo, não é possível

guardar esses dados, o que inviabiliza a medição da extensão lateral. O programa permite a medição da extensão nos “macroelementos”, uma vez que estes são definidos como resina, no entanto, a extensão obtida por este método representa a extensão desse material e não da própria fibra, alcançando-se por vezes valores de extensões superiores ao valor da extensão da fibra na rotura, pelo que esta medição não foi considerada neste estudo.

Devido à deformação axial apresentada neste modelo ser relativamente superior à do betão simples, manteve-se um incremento de 0,05 mm/passo durante 240 passos, podendo os resultados obtidos ser observados na Figura 6.19, em comparação com os resultados experimentais.

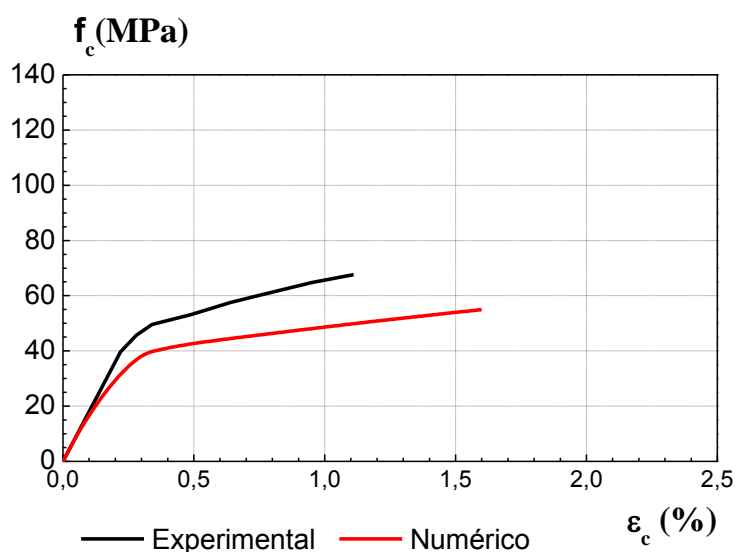


Figura 6.19 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C33

Apesar de este modelo não ser específico para a reprodução do comportamento do betão confinado, é possível observar que o comportamento elasto-plástico do betão confinado encontra-se representado. No entanto, verifica-se que não existe um aumento muito significativo da resistência à compressão do betão confinado e que a zona plástica não tem uma inclinação igual à inclinação obtida experimentalmente. A consideração de uma lei de escoamento associado poderá explicar as diferenças obtidas. Contudo este modelo tem em consideração o facto da superfície de potencial plástico poder não ser coincidente com a superfície de cedência, o que corresponde a uma lei de escoamento não associado, e tal como tinha sido referido anteriormente, este tipo de lei será a que representa melhor o comportamento do betão confinado.

Sendo a superfície de cedência definida num espaço de tensões e a superfície de potencial plástico definida num espaço de extensões, a possível relação entre estas duas superfícies será obtida através de um corretor de plasticidade.

Este corretor de plasticidade pressupõe uma direção de retorno de uma superfície para a outra que é dado pelo seguinte potencial plástico:

$$G^p(\sigma_{ij}) = \beta \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 + \sqrt{2J_2} \quad (6.8)$$

Onde o potencial plástico é afetado pelos invariantes da tensão e por um coeficiente β , coeficiente este que será responsável por garantir uma correta definição da superfície de potencial plástico. Devido à generalização deste modelo e ao facto de geralmente se admitir por simplificação uma lei de escoamento associado, o estudo deste coeficiente praticamente não existe na bibliografia, pelo que analisou-se a influência deste coeficiente no modelo de betão simples confinado com 2 camadas de CFRP (C33), podendo essa influência ser observada na Figura 6.20.

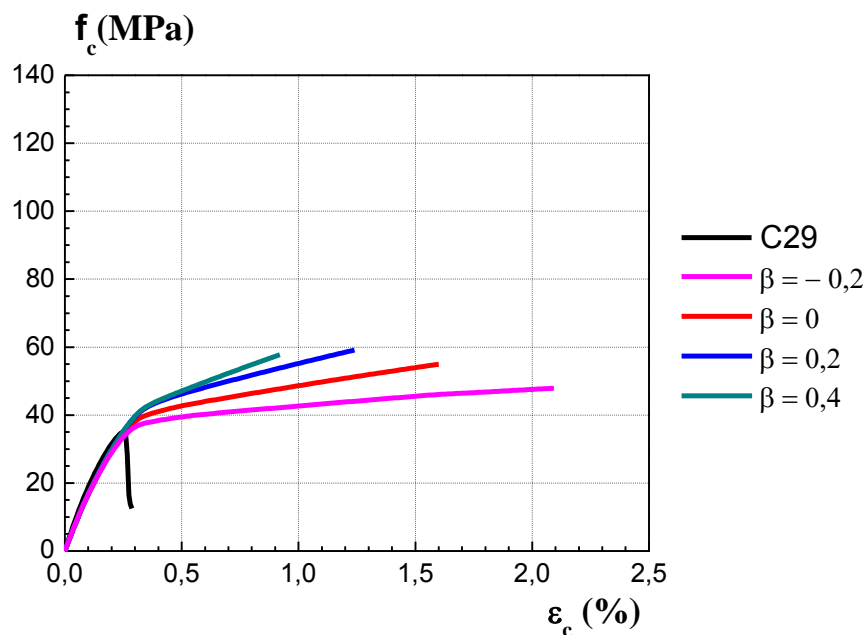


Figura 6.20 – Influência do coeficiente β na modelação

Apesar de o programa ter capacidade para reproduzir o comportamento elasto-plástico do betão confinado, o coeficiente β influencia a inclinação da zona plástica, uma vez que nesta zona o estado de tensão se encontra sobre a superfície de potencial plástico e este coeficiente afeta o retorno da superfície de cedência para a superfície de potencial plástico, quando este toma diferentes valores seria de esperar respostas diferentes na zona plástica, consequentemente os valores na rotura para a tensão e deformação diferem.

Todavia, pela análise anterior, pode concluir-se que a adoção de uma lei de escoamento associado ($\beta=0$), não será o mais adequado, uma vez que esta não reproduz fielmente o comportamento do betão confinado, sendo neste caso o valor de 0,2 o mais adequado para este parâmetro (Figura 6.21).

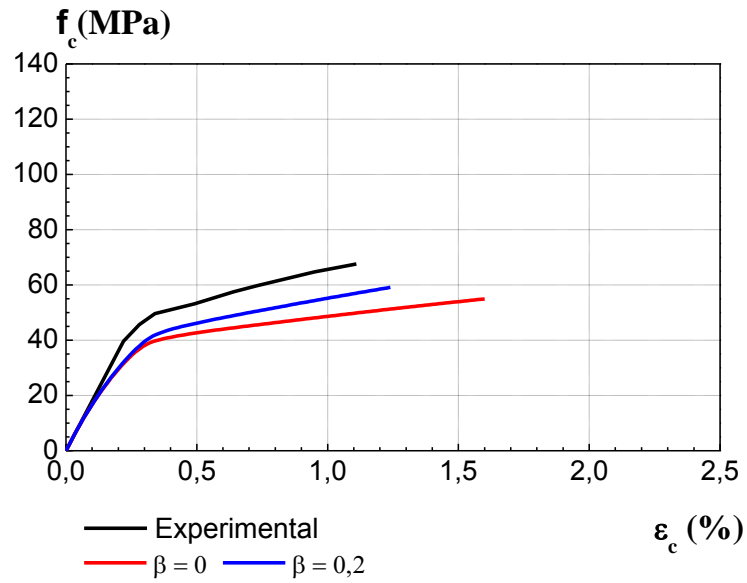


Figura 6.21 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C33 com coeficientes β diferentes

Um pouco à semelhança da influência do parâmetro dilatação (ω) no programa *LS-DYNA* estudado por Youssf et al. [56], a definição, quer do valor a adotar, quer do próprio coeficiente β , não é algo trivial, pelo que se pode definir o valor a adotar em cada um dos modelos e ser definindo posteriormente numa expressão em função do módulo de confinamento, E_{cf} :

$$E_{cf} = \frac{2 E_f t_f}{D} \quad (6.9)$$

Relativamente ao aumento da resistência à compressão provocado pelo efeito de confinamento é possível alterar numericamente este valor, bastando introduzir no valor da resistência à compressão do betão, uma resistência superior (f_{ccf}) ao valor obtido para o betão não confinado, sendo este valor função do módulo de confinamento. Através desta alteração é possível obter resultados numéricos mais aproximados aos experimentais, como se pode verificar na Figura 6.22.

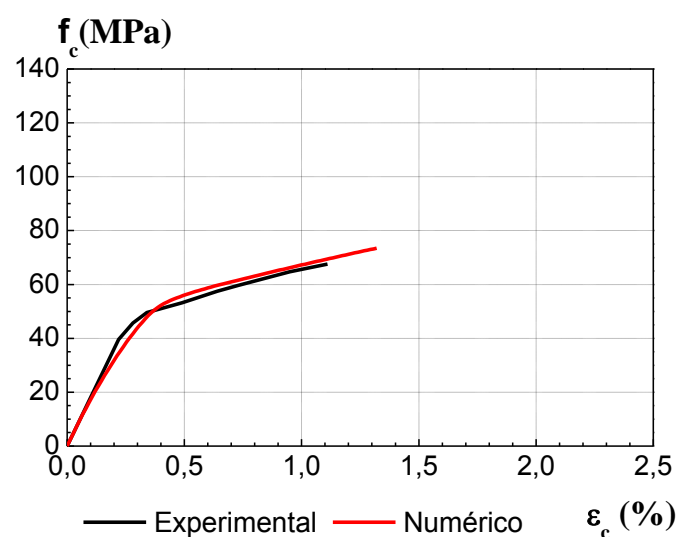


Figura 6.22 -Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o modelo C33

Após um estudo paramétrico, obteve-se os seguintes valores presentes na Tabela 6.8 para os restantes modelos:

Tabela 6.8 – Características dos modelos

	Modelo	Confinamento	Módulo de Confinamento	β	f_{ccf}
Betão simples	C29	-	0	-	35,2
	C31	2 GFRP	426	0,325	36,2
	C33	2 CFRP	678	0,2	43,2
Betão armado	C30	-	0	-	35,2
	C32	2 GFRP	426	0,35	42,2
	C41	1 CFRP	339	0,4	39,2
	C34	2 CFRP	678	0,25	43,2
	C43	3 CFRP	1017	0,1	46,2
	C44	4 CFRP	1357	-0,05	50,2

A análise destes valores foi realizada por sobreposição dos resultados numéricos com os diagramas tensão-deformação obtidos por Chastre [7], uma vez que apenas para este autor tinha disponível ensaios de colunas de betão armado e simples não confinado, a partir dos quais a malha de elementos finitos foi calibrada. Posteriormente analisou-se o progresso dos parâmetros β e f_{ccf} em função do módulo de confinamento, a fim de se conseguir traduzir o valor dos parâmetros β e f_{ccf} em função deste. Observou-se que o aumento de resistência à compressão, f_{ccf} , aumenta linearmente com o módulo de confinamento (Figura 6.23), apesar de os provetes reforçados com fibras de vidro distanciarem-se um pouco desta linearidade. O parâmetro β também apresenta um comportamento linear, no entanto este tipo de comportamento não será o mais indicado para o descrever, uma vez que implicava definir um valor para quando o módulo de confinamento fosse nulo, sendo assim procedeu-se a uma regressão logarítmica (Figura 6.24).

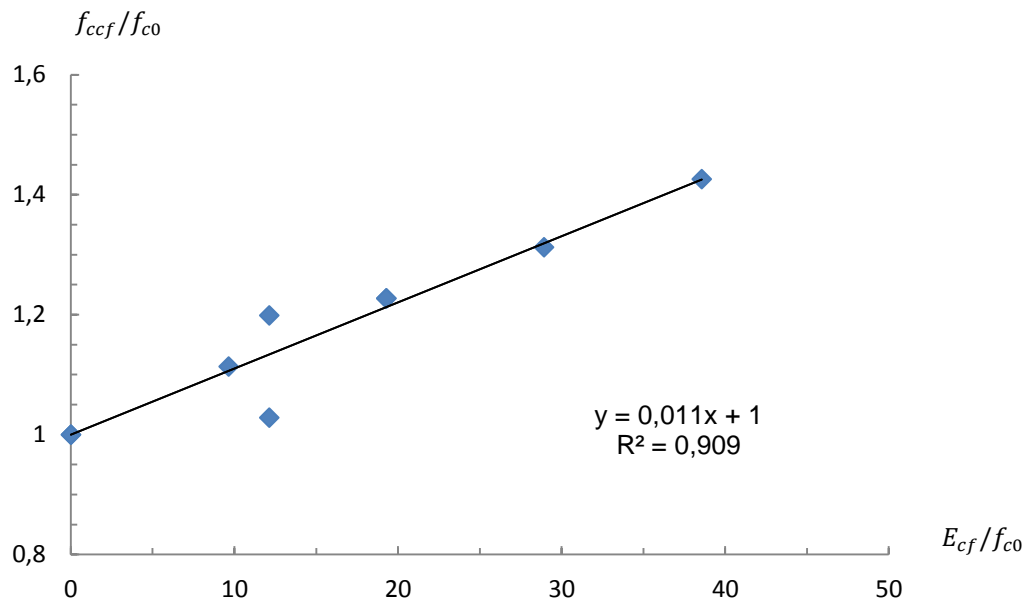


Figura 6.23 – Relação f_{ccf}/f_{c0} vs E_{cf}/f_{c0} e regressão linear respetiva

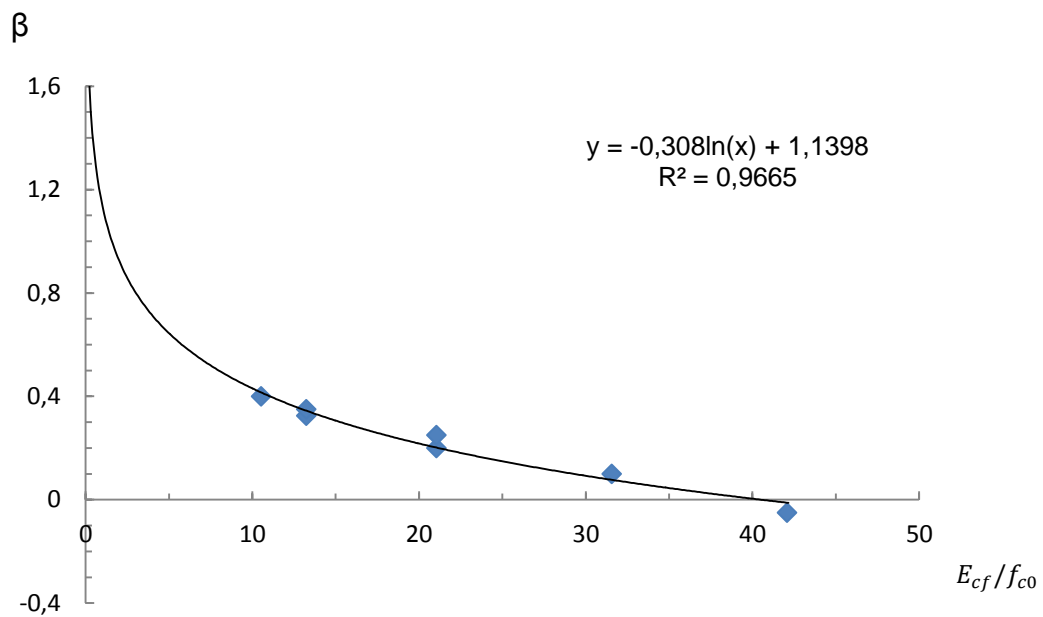


Figura 6.24- Relação do parâmetro β com E_{cf}/f_{c0} e regressão logaritmica respetiva

Após estas alterações observou-se que com a modelação numérica consegue-se reproduzir o comportamento das colunas observado experimentalmente por Chastre [7].

As expressões seguinte resultam das regressões mostradas nas Figura 6.23 e Figura 6.24:

$$\beta = -0,3 \ln \frac{E_{cf}}{f_D} + 1,14 \quad (6.10)$$

$$f_{ccf} = f_{c0} + 0,011 \frac{E_{cf}}{f_{c0}} \quad (6.11)$$

Através das expressões (6.10) e (6.11), foi possível de calcular para cada provete de betão armado confinado com 1, 2, 3 e 4 camadas de CFRP os valores a adotar no programa *ATENA*.

Na Figura 6.25 pode observar-se, tanto a deformada (ampliada 25x), como o valor da tensão nas fibras para uma extensão axial no modelo de 0,90 %. Constatase que quanto maior o número de camadas, para o mesmo valor da extensão axial, a extensão lateral e consequente deformada serão menores, resultando em menores tensões nas fibras.

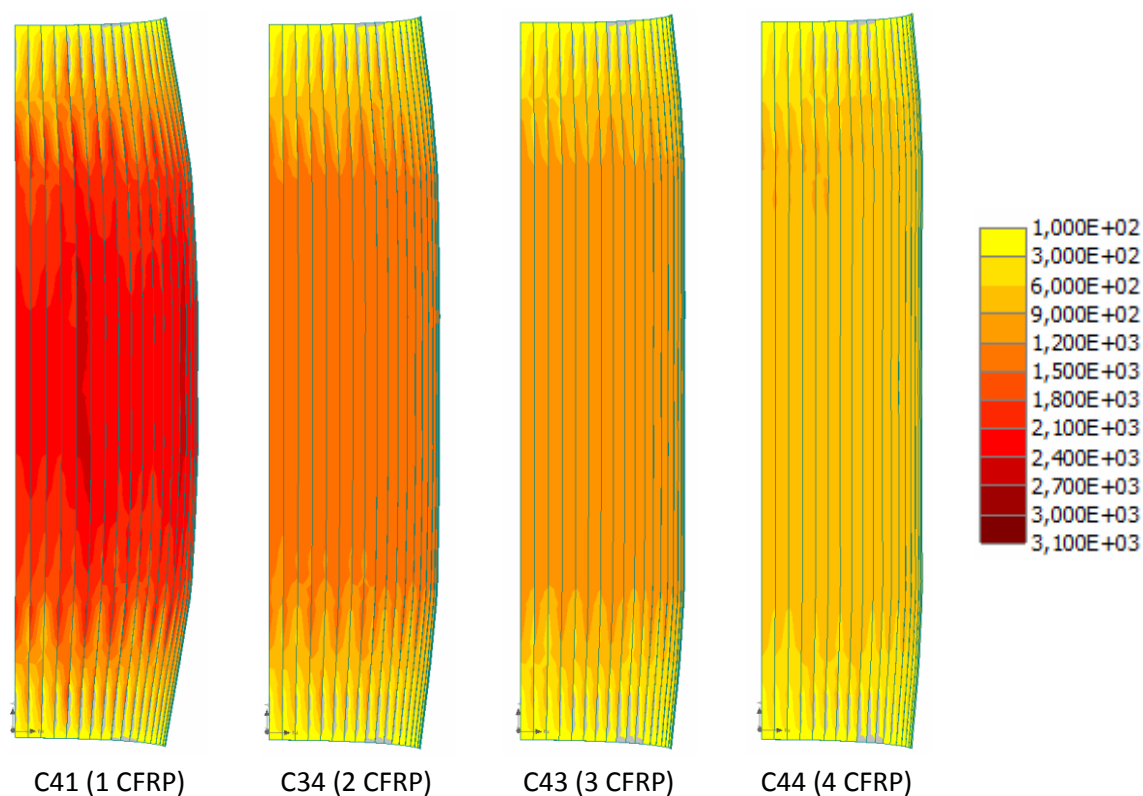


Figura 6.25 - Deformada (25x ampliada) e tensão (MPa) nas fibras para 0,90% de extensão axial nos modelos de $\varnothing 250$ mm, reforçados com 1, 2, 3 e 4 CFRP

No entanto, para uma verificação mais adequada foram ainda modelados 4 outros provetes com diâmetros e alturas diferentes, bem como tipos de confinamento distintos, estando as características destes modelos descritos na Tabela 6.9 e os respetivos parâmetros adotados na Tabela 6.10. A definição destes modelos pressupõe uma modelação o mais próxima do modelo real possível, tendo sido adotado o máximo de informações sobre estes modelos disponibilizados pelos autores, para todos os modelos (C10 [7], CC2 [37, 38], K2 e K3 [31]).

Tabela 6.9– Características dos modelos de betão armado

Modelo	Armaduras longitudinais e transversais	H (mm)	D (mm)	f_{co} (MPa)
C41	6ø12 ø6//0,15	750	250	35,2
C34				
C43				
C44				
C10	6ø6 ø3//0,10	150	150	38
CC2	8ø6 ø3//0,10			34,6
K2	10ø12 ø8//0,14	2000	400	34,3
K3				

Tabela 6.10 – Parâmetros dos modelos de betão armado

Modelo	Confinamento	E_f (GPa)	t_f (mm)	Módulo de Confinamento	β	f_{ccf} (MPa)
C41	1 CFRP	241	0,167	339	0,415	38,9
C34	2 CFRP			678	0,201	42,6
C43	3 CFRP			1017	0,076	46,4
C44	4 CFRP			1357	-0,012	50,1
C10	2 CFRP	226	0,176	1006	0,107	38,3
CC2	2 CFRP	217		1018	0,077	45,8
K2	5 CFRP	198	0,117	579	0,243	40,7
K3	4 CFRP	471	0,235	2213	-0,159	58,7

A fim de se obter resultados coerentes, foi adotado o mesmo rácio na malha implementada para os modelos com diâmetro de 250 mm, através da relação entre a área do quarto de provete e a malha.

Tabela 6.11 - Relação entre a área de um quarto de provete e a malha

Diâmetro	Área (mm ²)	Malha (m ²)	Relação (área/malha)
250	12271,80	0,1 x 0,75	163624
125	4417,86	0,1 x 0,27	163624
400	31415,90	0,2 x 0,96	163624

Optou-se por adotar esta relação, pois foi observado que o refinamento da malha influencia bastante o comportamento do betão pós-pico, tendo posteriormente influência no comportamento plástico do betão confinado. Contudo não está implícito que a malha utilizada seja a que caracteriza melhor o comportamento do betão, para tal seria necessário ensaiar os provetes de betão armado com esta malha e comparar com os eventuais resultados experimentais como foi feito para o modelo de 250 mm de diâmetro, todavia não existem ensaios experimentais com os quais possam ser comparados.

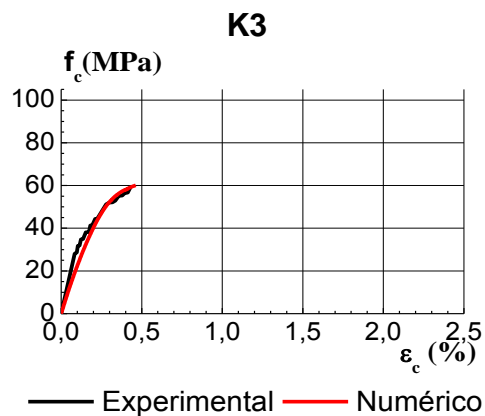
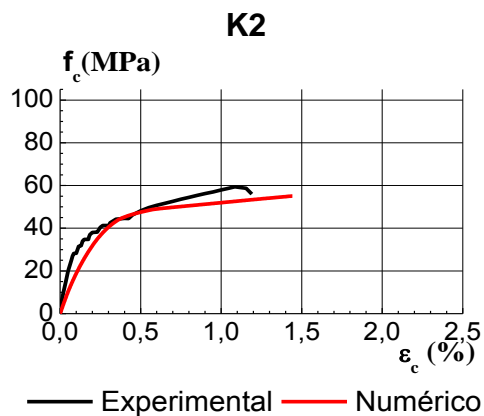
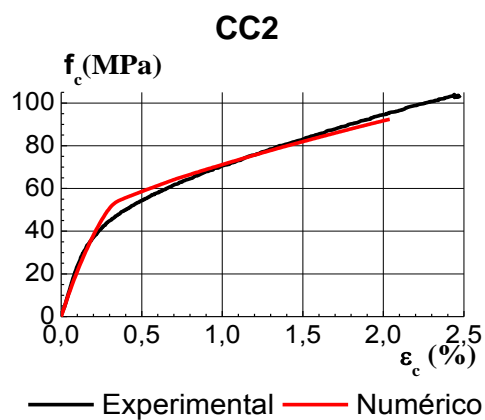
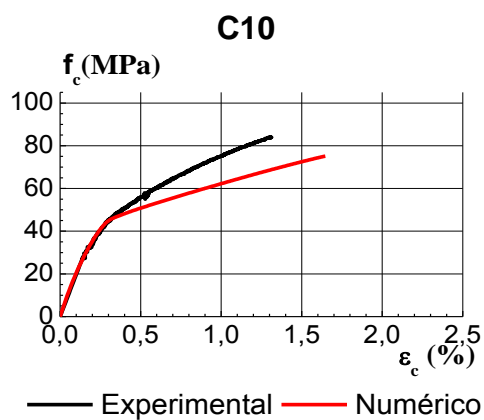
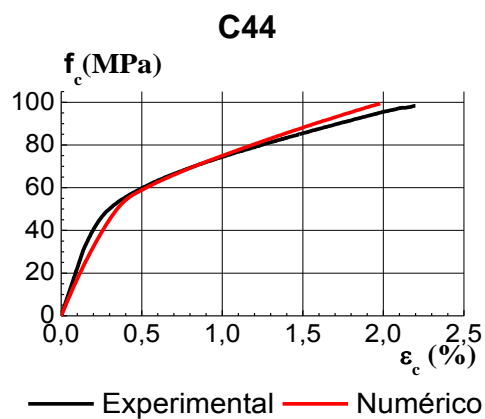
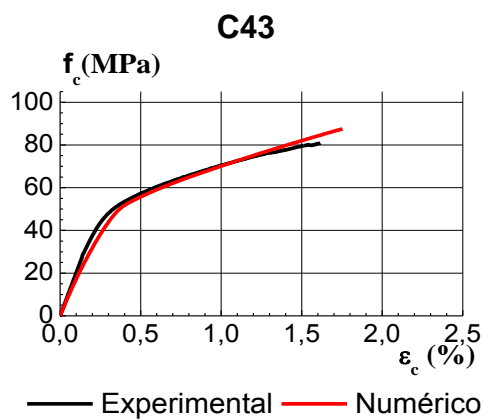
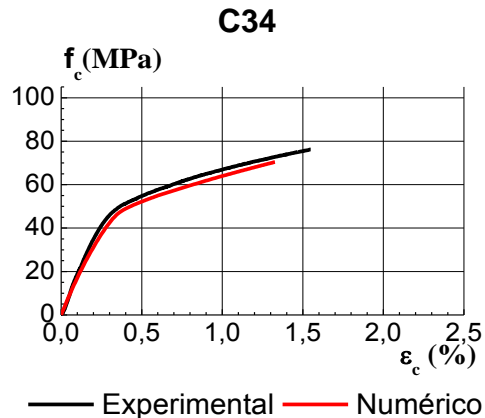
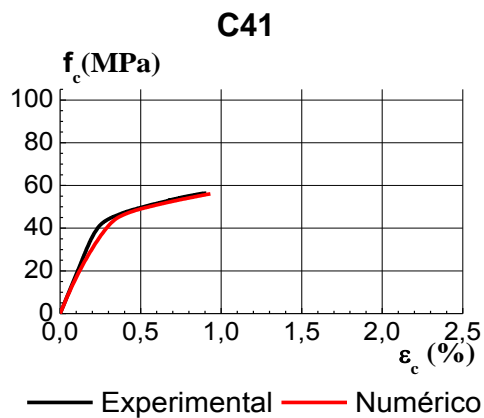


Figura 6.26 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados

6.2.4.2. Modelo constitutivo para betão confinado

Em alternativa ao modelo de plasticidade para o esmagamento do betão pode-se realizar a modelação através do modelo constitutivo para o betão confinado, o qual pressupõe a definição de alguns parâmetros mencionados no Capítulo 5, podendo ser encontrados os valores recomendados para os diferentes parâmetros e a sua explicação nos anexos. Para a definição desses parâmetros basta admitir a resistência à compressão do betão não confinado, neste caso 35,2 MPa (modelos C41, C34, C43, C44) tendo-se obtido os seguintes valores:

Tabela 6.12 – Parâmetros recomendados para definição do modelo constitutivo para betão confinado (Anexo A)

FC	E	MU	FC	FT
35,2 MPa	2,5215E+04	2,0000E-01	-3,5200E+01	2,7000E+00

FT_MULT	EXC	FC0	EPS_VP	SOFT_T
1,3045E+00	5,2143E-01	-1,2519E+01	7,2992E-04	2,3484E-03

A	B	C	ORDER	GF
4,8826E+00	-6,1329E+00	-3,1521E+00	3,0000E+00	7,2240E-05

Tendo em conta os valores dos parâmetros recomendados [6], modelou-se os provetes de betão armados confinados com 1, 2, 3 e 4 camadas de CFRP (C41, C34, C43 e C44 respetivamente), bem como os restantes modelos (C11, CC2, K2 e K3) adotando o valor da resistência à compressão não confinado correspondente a cada um destes modelos, aos quais correspondem diferentes parâmetros, tendo os resultados obtidos sido comparados com os valores experimentais (Figura 6.27).

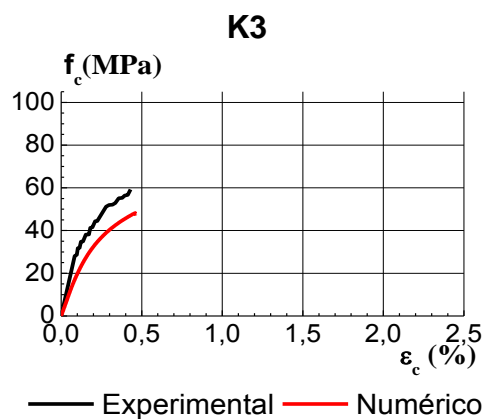
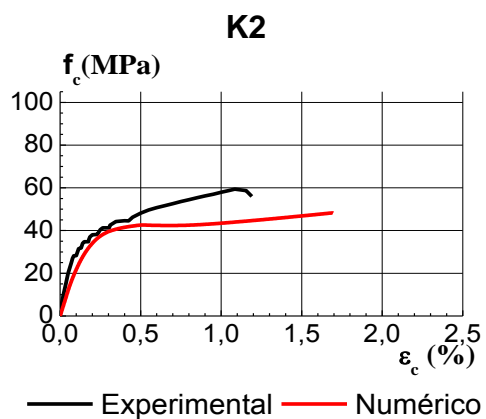
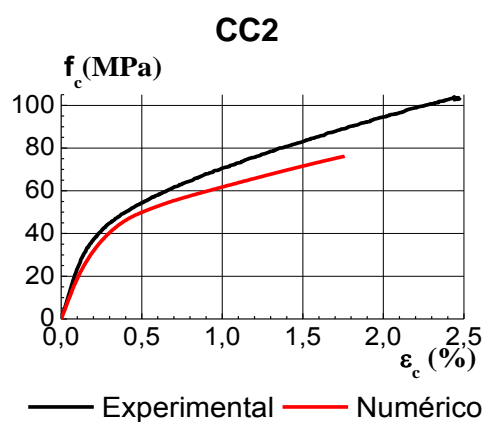
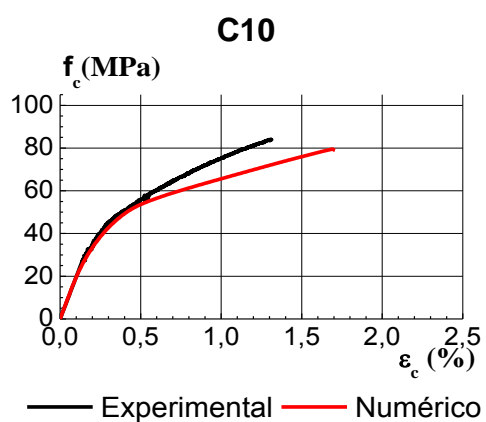
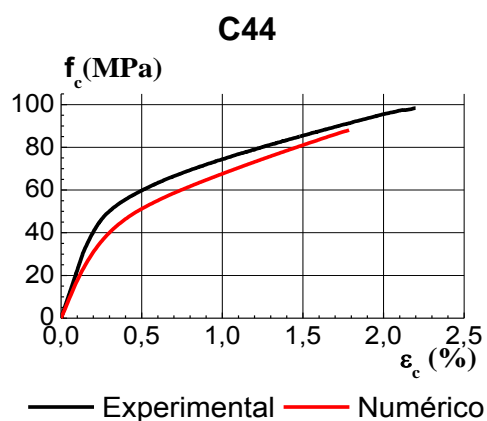
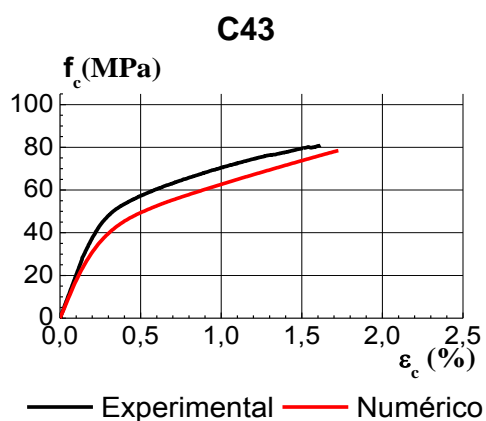
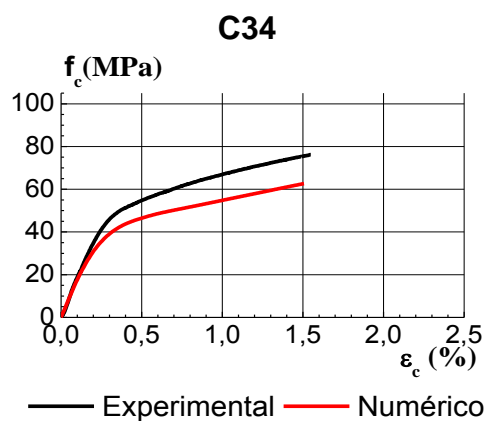
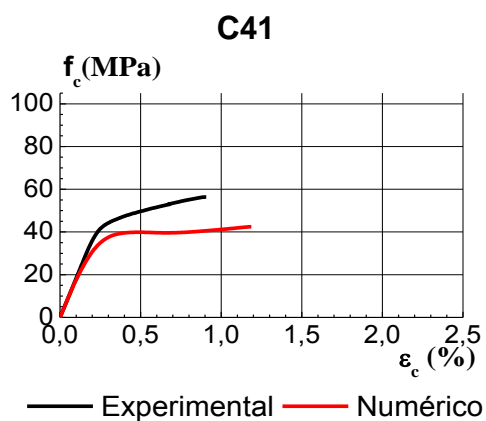


Figura 6.27 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados através do modelo constitutivo para betão confinado (1ª abordagem)

Como se pode observar na Figura 6.27 através deste modelo foi possível reproduzir o aumento da resistência à compressão consequente do confinamento, tendo-se definido os valores para os parâmetros A , B e C através dos valores tabelados (Anexo A). Contudo, segundo Papanikolaou e Kappos [36] esses mesmos parâmetros podem ser obtidos por intermédio das seguintes expressões:

$$A = \frac{\psi_1 - \psi_2}{n \left(\left(\frac{\rho_1}{f_c} \right)^{n-1} - \left(\frac{\rho_2}{f_c} \right)^{n-1} \right)} \quad (6.12)$$

$$B = \psi_1 - n A \left(\frac{\rho_1}{f_c} \right)^{n-1} \quad (6.13)$$

$$C = \psi_3 - n A \left(\frac{\rho_3}{f_c} \right)^{n-1} \quad (6.14)$$

Para tal será necessário definir a inclinação (ψ) em três estados de tensão diferente (uniaxial, equibiaxial e triaxial), bem como o invariante ρ em ambos os estados de tensão, a fim de calcular os parâmetros.

- Estado de tensão uniaxial

$$\psi_1 = \frac{\sqrt{\frac{2}{6} \left[(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2 \right]}}{\frac{\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p}{\sqrt{3}}} \quad (6.15)$$

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} |f_c| \quad (6.16)$$

Onde,

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_2^p = \frac{\varepsilon_{v,p}^p - \varepsilon_3^p}{2} \quad (6.17)$$

$$\varepsilon_3^p = \varepsilon_c - \frac{f_c}{E_c} \quad (6.18)$$

$$\varepsilon_{v,p}^p = \frac{f_c}{E_c} (1 - 2\nu) \quad (6.19)$$

$$\varepsilon_c = \min \left\{ \begin{array}{l} -0,0022 \\ 0,7 f_c^{0,31} \\ -\frac{1}{1000} \end{array} \right. \quad (6.20)$$

- Estado de tensão triaxial

$$\psi_2 = \frac{\sqrt{\frac{2}{6}[(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2]}}{\frac{\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p}{\sqrt{3}}} \quad (6.21)$$

$$\rho_2 = \sqrt{\frac{2}{3}} |f_{cc} - \sigma_{pc}| \quad (6.22)$$

Onde,

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_2^p = \frac{\varepsilon_{v,p}^p - \varepsilon_3^p}{2} \quad (6.23)$$

$$\varepsilon_3^p = \varepsilon_{cc} - \frac{1}{E_c} [f_{cc} - 2 \nu \sigma_{pc}] \quad (6.24)$$

$$\varepsilon_{cc} = 18 \varepsilon_c \quad (6.25)$$

O parâmetro σ_{pc} deve ser assumido como igual a f_c e f_{cc} pode ser obtido através da Tabela 6.13.

Tabela 6.13 – Valores derivados do estado de tensão triaxial[36]

f_c (MPa)	σ_{pc} (MPa)	f_{cc} (MPa)
20	20	87,1
30	30	130,4
40	40	173,6
50	50	216,8
60	60	259,9
70	70	302,9
80	80	346,0
90	90	389,0
100	100	432,0
110	110	474,9
120	120	517,9

- Estado de tensão equibiaxial

$$\psi_3 = \frac{\sqrt{\frac{2}{6}[(\varepsilon_1^p - \varepsilon_2^p)^2 + (\varepsilon_2^p - \varepsilon_3^p)^2 + (\varepsilon_3^p - \varepsilon_1^p)^2]}}{\frac{\varepsilon_1^p + \varepsilon_2^p + \varepsilon_3^p}{\sqrt{3}}} \quad (6.26)$$

$$\rho_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} |f_{bc}| \quad (6.27)$$

Onde,

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_{v,p}^p - 2 \varepsilon_3^p \quad (6.28)$$

$$\varepsilon_3^p = \varepsilon_2^p = \varepsilon_{bc} - \frac{f_{bc}}{E_c} (1 - \nu) \quad (6.29)$$

$$\frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_c} = \frac{f_{bc}}{f_c} = 1,5 f_c^{-0,075} \quad (6.30)$$

Para os diferentes valores de f_c obtiveram-se os seguintes valores indicados na Tabela

6.14:

Tabela 6.14 – Valores obtidos para os diferentes estados de tensão

	Uniaxial	Triaxial	Biaxial	f_c
ρ	28,74	96,09	33,01	35.2
ψ	6,90	75,74	14,46	
ρ	31,03	103,65	35,43	38.0
ψ	6,61	70,82	13,73	
ρ	28,25	94,47	32,49	34.6
ψ	6,97	76,90	14,64	
ρ	28,01	93,66	32,22	34.3
ψ	7,00	77,50	14,73	

A	B	C	f_c
3,3818E+00	1,3595E-01	5,5431E+00	35.2
3,1595E+00	2,9054E-01	5,4883E+00	38.0
3,4340E+00	9,9805E-02	5,5556E+00	34.6
3,4607E+00	8,1289E-02	5,5619E+00	34.3

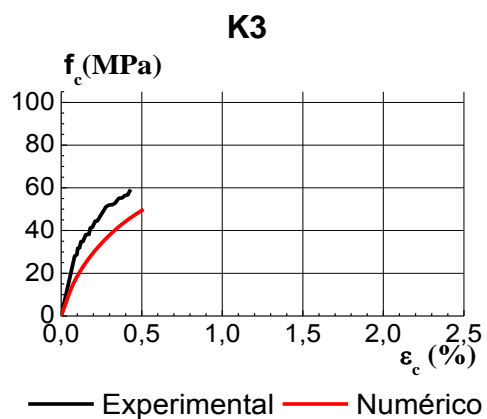
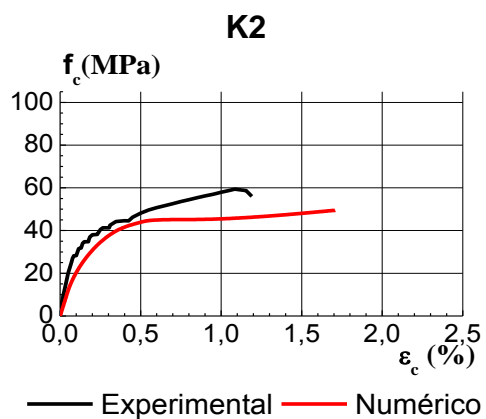
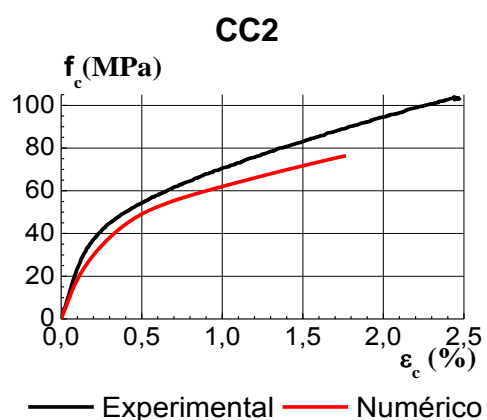
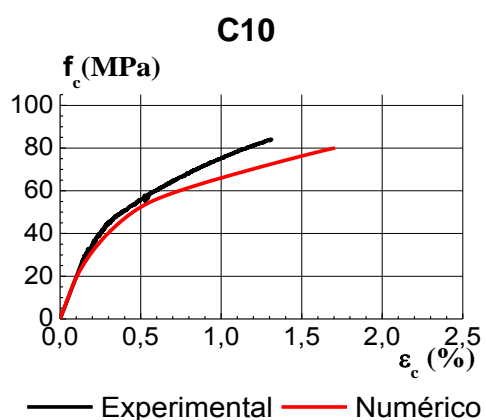
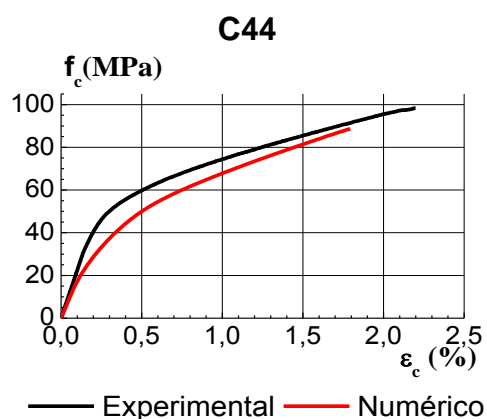
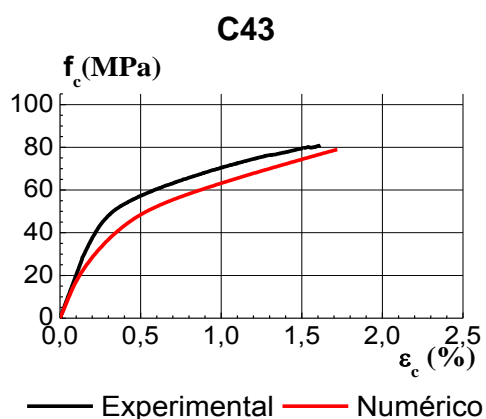
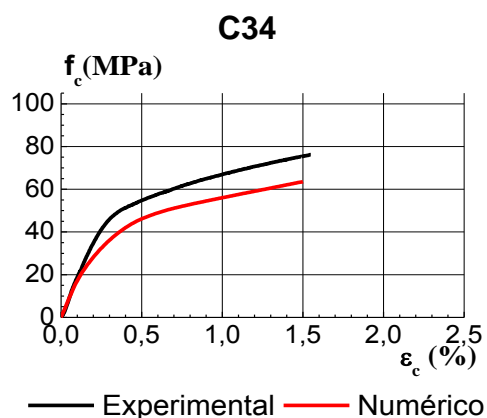
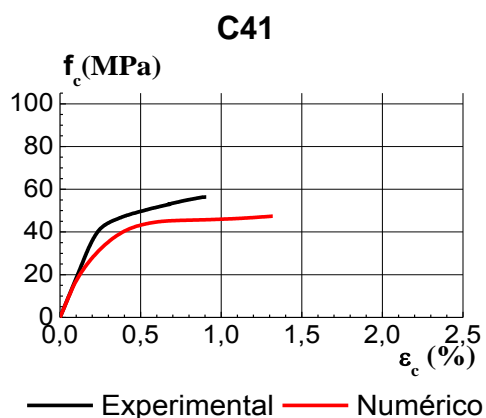


Figura 6.28 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados através do modelo constitutivo para betão confinado (2ª abordagem)

Contudo, no caso particular deste estudo, os modelos em análise são provetes cilíndricos, assim, o cálculo das tensões é simplificado uma vez que as duas tensões correspondentes à pressão lateral tomam igual valor. Portanto, ao invés de se admitir três tensões diferentes ao longo do ensaio $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ é possível definir o estado de tensão do provete ao longo do carregamento apenas através de duas tensões (σ_1, σ_3) , uma vez que $\sigma_1 = \sigma_2$, as tensões principais são organizadas da seguinte forma: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Em compressão, o valor destas tensões será negativo, pelo que σ_3 representa a tensão axial e σ_1, σ_2 a tensão lateral.

Sendo possível definir o estado de tensão através de duas tensões, o mesmo se verifica no que diz respeito aos invariantes, pelo que, como analisado anteriormente, neste caso o invariante θ , (*lode angle*) toma um valor nulo, podendo representar-se o estado de tensão num plano (ξ, ρ) . Assim, existem simplificações a nível numérico que podem ser efetuadas, pois neste caso específico o estado de tensão encontra-se sobre o meridiano da tração, $\theta = 0^\circ$.

Através do modelo constitutivo para betão confinado, é possível alterar os parâmetros que definem a superfície de potencial plástico admitindo que esta se encontra sobre o meridiano da tração, pelo que a função da superfície de potencial plástico fica reduzida à expressão (6.31):

$$g = A \left(\frac{\rho}{f_c} \right)^n + C \frac{\rho}{f_c} + \frac{\xi}{f_c} - a \quad (6.31)$$

Assim, o parâmetro B assumirá um valor nulo e os parâmetros A e C podem ser obtidos através das seguintes expressões:

$$A = \frac{\psi_1}{n \left(\frac{\rho_1}{f_c} \right)^{n-1}} \quad (6.32)$$

$$C = \psi_3 - n A \left(\frac{\rho_3}{f_c} \right)^{n-1} \quad (6.33)$$

Tabela 6.15 – Valores dos parâmetros A , B e C obtidos para o modelo constitutivo para betão confinado

A	B	C	f_c
3,4500E+00	0,0000E+00	5,3631E+00	35,2
3,4500E+00	0,0000E+00	4,7308E+00	38,0
3,4500E+00	0,0000E+00	5,5132E+00	34,6
3,4500E+00	0,0000E+00	5,5903E+00	34,3

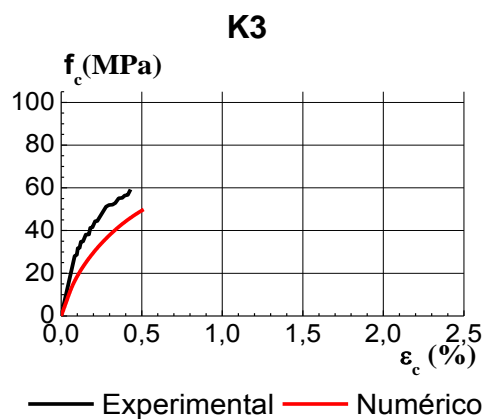
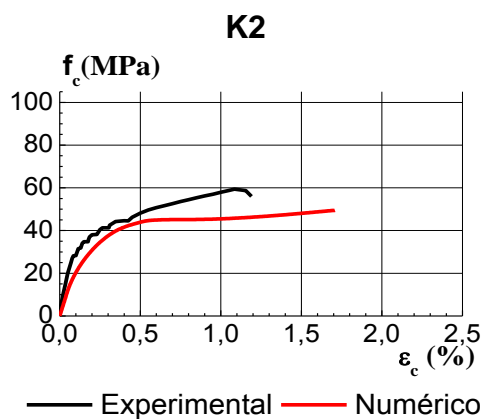
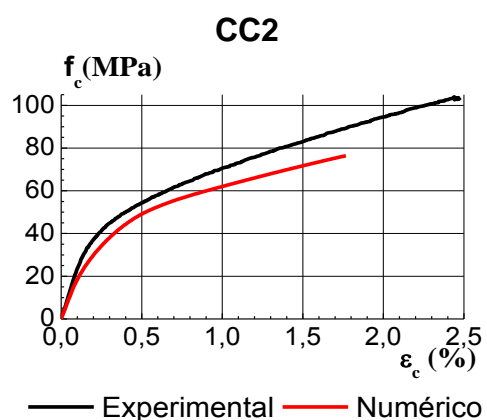
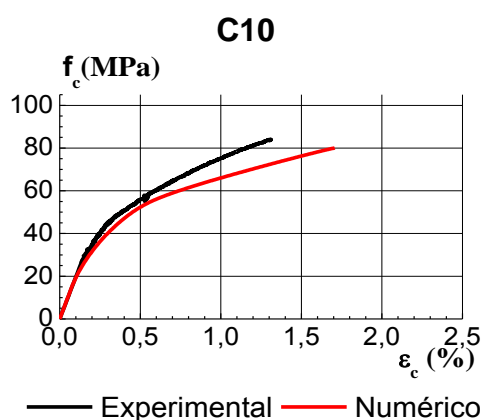
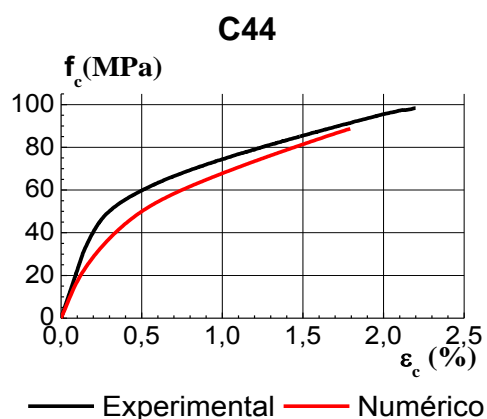
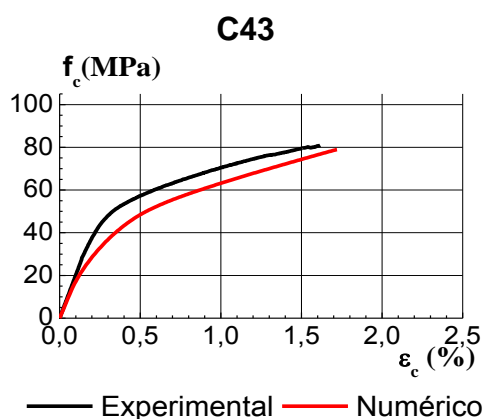
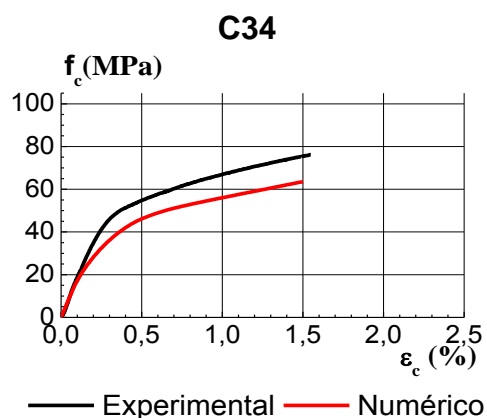
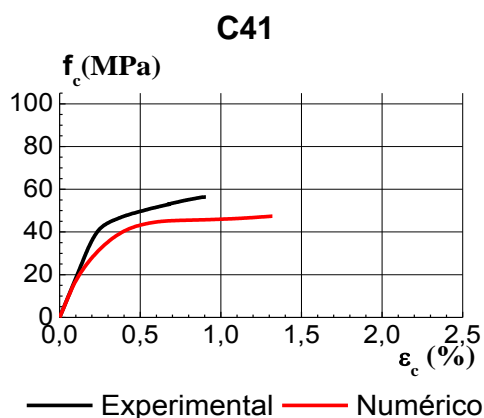


Figura 6.29 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para os modelos de betão armado confinados através do modelo constitutivo para betão confinado (3ª abordagem)

Apesar de se ter alterado os parâmetros A e C e adotado um valor nulo para B , não existem diferenças significativas relativamente à adoção dos valores calculados (Figura 6.28) para definir os diferentes modelos.

Tentou ainda definir-se a superfície de potencial plástico através dos valores na rotura assinalados na Tabela 4.2 e utilizando a expressão (5.18) referida no programa *ATENA*, tendo sido calculados os valores para os parâmetros A e C a adotar. No entanto esta definição não é trivial, uma vez que o programa assume uma constante de atração (a) na definição da superfície, constante essa que o utilizador não pode definir, dificultando o processo.

6.2.5. Comparação de resultados

Os resultados obtidos numericamente para provetes de betão armado confinados com CFRP através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) e do modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3) serão neste tópico comparados com os valores obtidos experimentalmente por Chastre [7], Paula [38] e Matthys [31] e com os valores definidos pelo modelo de Chastre & Silva [12], sendo ainda apresentados os valores obtidos em todos os casos para a resistência à compressão do betão obtida na rotura (f_{cc}), o respetivo valor da deformação (ϵ_{cc}), bem como os referentes erros relativos percentuais.

i) Modelo C41

Tabela 6.16 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C41

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ϵ_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	56,3	-	0,91	-
CEM 2	56,1	0,5	0,93	2,2
CEM 3	47,4	15,9	1,32	45,1
Chastre & Silva [12]	59,4	5,3	0,95	4,4

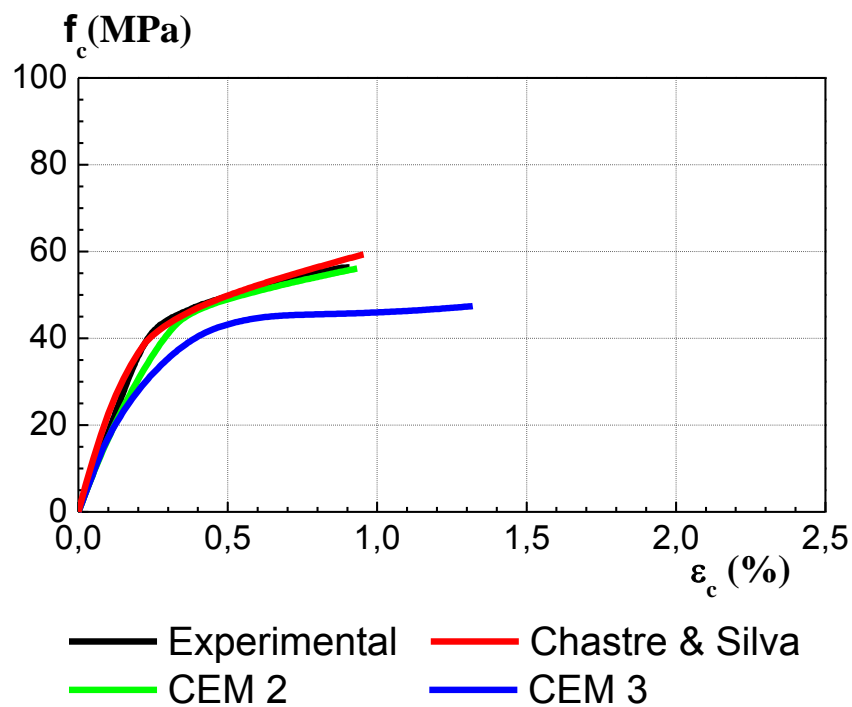


Figura 6.30 - Comparação dos resultados para o modelo C41 ($\varnothing 250$, 1CFRP)

Para o modelo C41 representativo de uma coluna reforçada com 1 camada de CFRP observa-se que, quer o modelo de Chastre & Silva [12], quer a modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) conseguem reproduzir o comportamento desta coluna. Contudo constata-se que o modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3), não permite reproduzir o comportamento plástico da coluna, concluindo-se que o mesmo não se adequa bem à modelação do comportamento de colunas com reduzidos níveis de confinamento.

ii) Modelo C34

Tabela 6.17 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C34

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	76,2	-	1,55	-
CEM 2	70,4	7,7	1,33	14,2
CEM 3	63,5	16,6	1,50	3,2
Chastre & Silva [12]	71,5	6,2	1,36	12,3

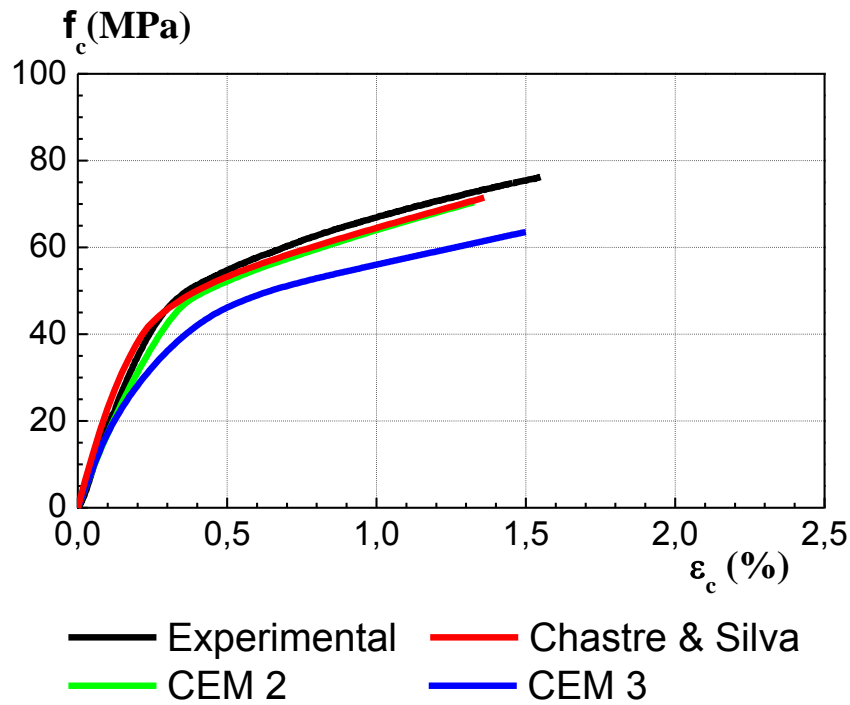


Figura 6.31- Comparação dos resultados para o modelo C34 ($\varnothing 250$, 2CFRP)

Para o modelo C34 representativo de uma coluna reforçada com 2 camada de CFRP observa-se que, quer o modelo de Chastre & Silva [12], quer a modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) conseguem reproduzir o comportamento desta coluna. Porém, verifica-se que com o modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3), se consegue reproduzir o comportamento plástico da coluna, mas não se consegue reproduzir o aumento de resistência do betão provocado pelo confinamento. Observa-se ainda que em termos de extensão axial os modelos apresentam valores ligeiramente inferiores aos obtidos experimentalmente e consequentemente resistências à compressão na rotura inferiores.

iii) Modelo C43

Tabela 6.18 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C43

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	80,8	-	1,62	-
CEM 2	87,5	8,3	1,75	8,0
CEM 3	78,9	2,3	1,72	6,2
Chastre & Silva [12]	84,4	4,4	1,73	6,8

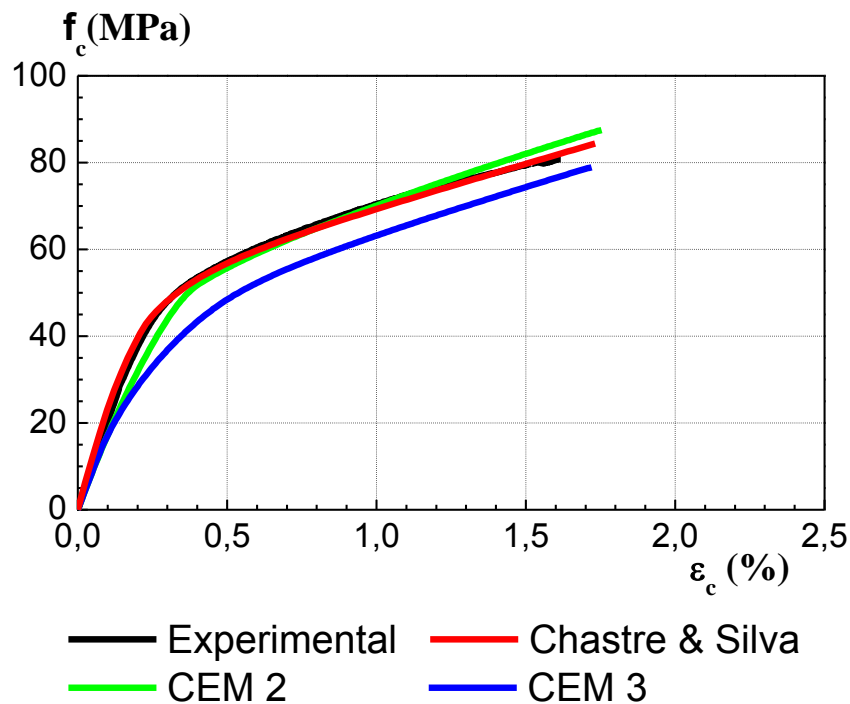


Figura 6.32- Comparação dos resultados para o modelo C43(ø250, 3CFRP)

Para o modelo C43 representativo de uma coluna reforçada com 3 camada de CFRP observa-se que, quer o modelo de Chastre & Silva [12], quer a modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) conseguem reproduzir o comportamento desta coluna. Relativamente ao modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3), este não consegue reproduzir totalmente o comportamento plástico da coluna, apesar de conseguir reproduzir o aumento de resistência do betão provocado pelo confinamento. De salientar que em todos os modelos se obteve uma extensão axial ligeiramente superior à obtida experimentalmente. No entanto apenas no modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3) se obteve uma resistência à compressão na rotura inferior ao valor experimental.

iv) Modelo C44

Tabela 6.19 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C44

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	98,4	-	2,20	-
CEM 2	99,3	1,0	1,98	10,0
CEM 3	88,7	9,9	1,79	18,6
Chastre & Silva [12]	97,9	0,5	2,07	5,9

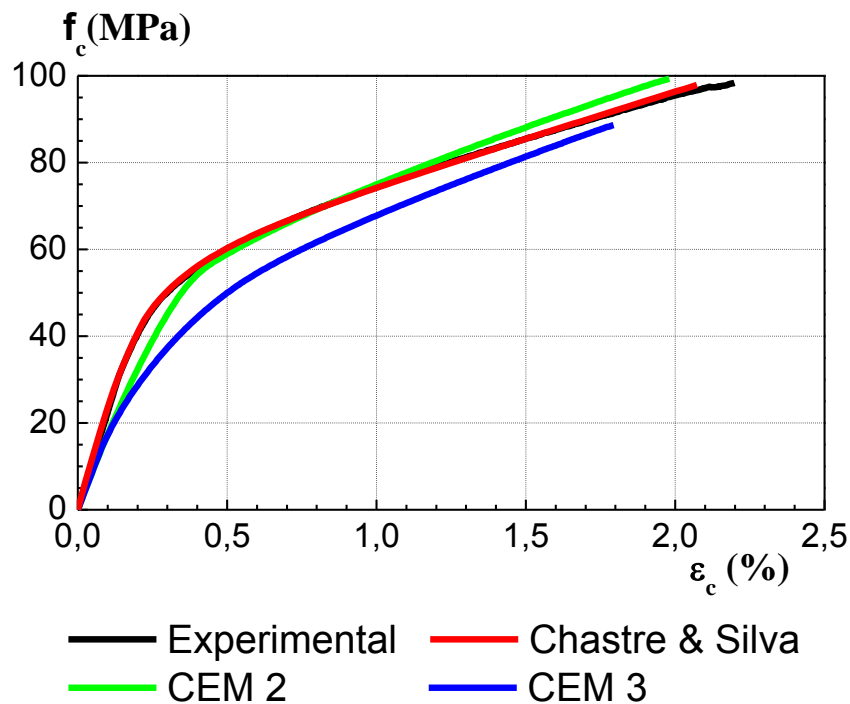


Figura 6.33- Comparação dos resultados para o modelo C44 ($\varnothing 250$, 4CFRP)

Para o modelo C44 representativo de uma coluna reforçada com 4 camada de CFRP observa-se que, apenas o modelo de Chastre & Silva [12] conseguem reproduzir totalmente o comportamento desta coluna, no entanto a modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) revela um comportamento bastante próximo do experimental. Relativamente ao modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3), este não consegue reproduzir o comportamento da coluna, apesar de retratar o aumento de resistência do betão provocado pelo confinamento. Observa-se ainda que em termos de extensão axial os modelos apresentam valores inferiores aos obtidos experimentalmente e apenas o modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) apresenta um valor da resistência à compressão na rotura superior ao valor experimental.

v) Modelo C10

Tabela 6.20 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo C10

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	84,1	-	1,31	-
CEM 2	75,2	10,6	1,64	25,2
CEM 3	80,1	4,8	1,71	30,5
Chastre & Silva [12]	84,5	0,5	1,55	18,3

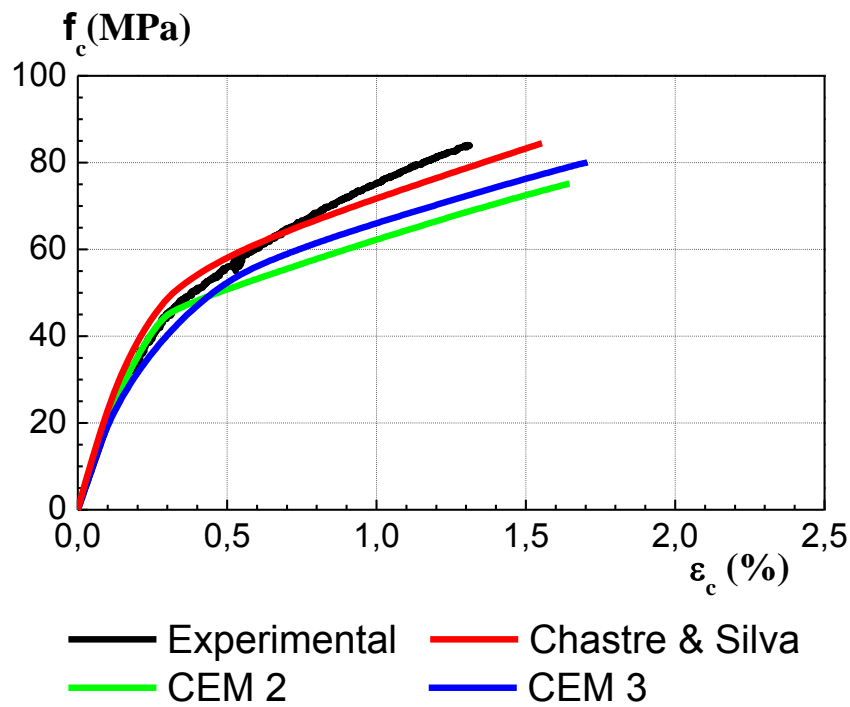


Figura 6.34- Comparação dos resultados para o modelo C10 ($\varnothing 150$, 2CFRP)

Para o modelo C10 representativo de uma coluna reforçada com 2 camada de CFRP observa-se que nenhum dos modelos consegue reproduzir o comportamento desta, tendo sido obtido em todos os modelos uma extensão axial superior à obtida experimentalmente. No entanto no modelo de Chastre & Silva [12] obteve-se uma resistência à compressão na rotura semelhante ao valor experimental, sendo também este o modelo que mais se aproxima do comportamento experimental.

vi) Modelo CC2

Tabela 6.21- Comparação de resultados e erro obtido para o modelo CC2

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	103,6	-	2,48	-
CEM 2	92,4	10,8	2,04	17,7
CEM 3	76,6	26,3	1,77	28,6
Chastre & Silva [12]	103,2	0,3	2,63	6,1

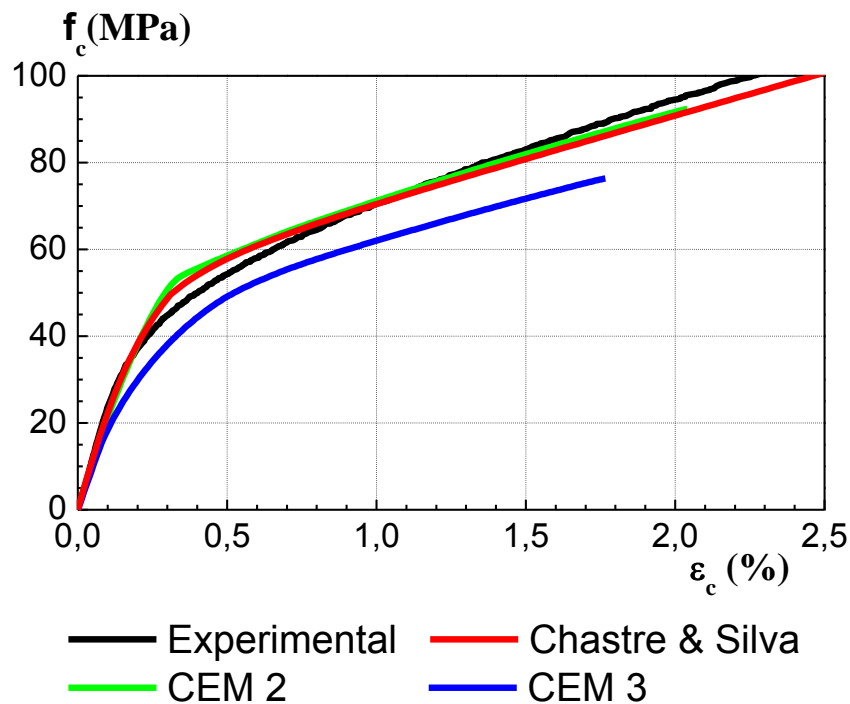


Figura 6.35- Comparação dos resultados para o modelo CC2 ($\varnothing 150$, 2CFRP)

Para o modelo CC2 [38] representativo de uma coluna reforçada com 2 camada de CFRP observa-se que apenas o modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3) não consegue reproduzir o comportamento da coluna, tendo sido obtido no modelo de Chastre & Silva [12] e na modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) um comportamento semelhante ao obtido experimentalmente, contudo em nenhum dos modelos se obteve valores de extensão axial, nem de resistência à compressão na rotura superior semelhantes aos valores experimentais.

vii) Modelo K2

Tabela 6.22 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo K2

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	56,0	-	1,19	-
CEM 2	55,1	1,7	1,44	21,0
CEM 3	49,5	11,7	1,70	42,9
Chastre & Silva [12]	59,1	5,6	1,10	7,6

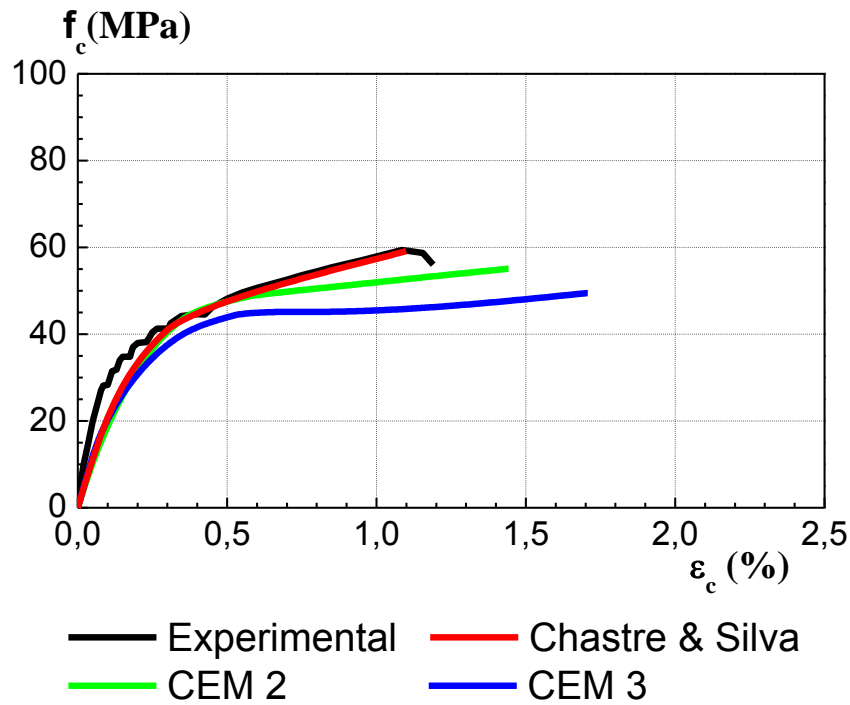


Figura 6.36- Comparação dos resultados para o modelo K2 (ø400, 5CFRP)

Para o modelo K2 representativo de uma coluna reforçada com 5 camada de CFRP observa-se que apenas o modelo de Chastre & Silva [12] reproduz aproximadamente o comportamento desta coluna, todavia a modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) apresenta melhor comportamento do que o modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3). Verifica-se que o modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3) não reproduz o comportamento plástico da coluna, levando a concluir que este modelo não se adequa à reprodução do comportamento de colunas, nem com elevados, nem com reduzidos níveis de confinamento.

viii) Modelo K3

Tabela 6.23 - Comparação de resultados e erro obtido para o modelo K3

	f_{cc} (MPa)	Erro (%)	ε_{cc} (%)	Erro (%)
Experimental [7]	59,2	-	0,43	-
CEM 2	60,1	1,5	0,47	9,3
CEM 3	49,9	15,7	0,51	18,6
Chastre & Silva [12]	44,0	25,7	0,45	4,7

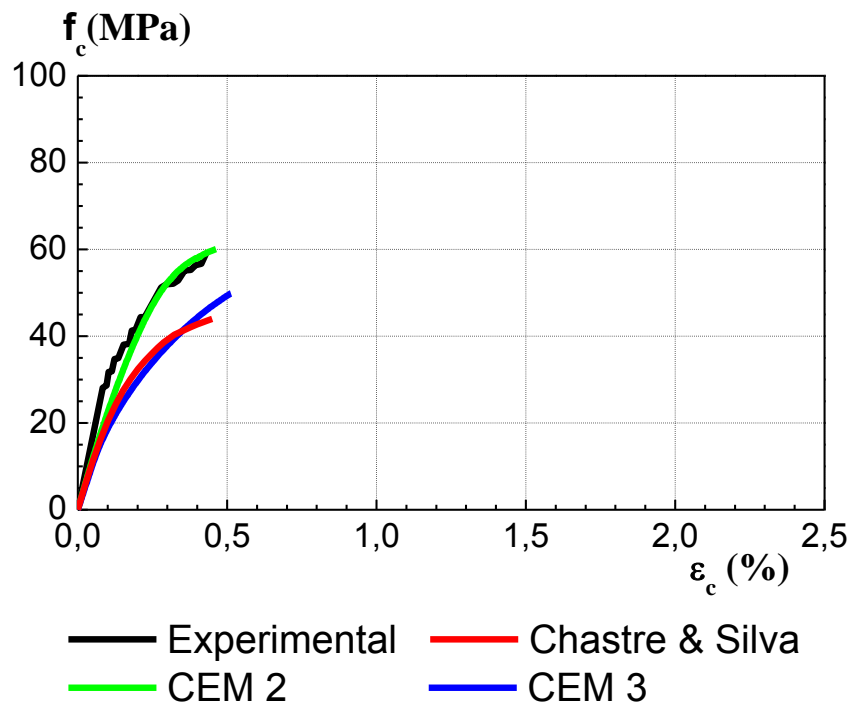


Figura 6.37- Comparação dos resultados para o modelo K3 (ø400, 4CFRP)

Para o modelo K3 representativo de uma coluna reforçada com 4 camada de CFRP, onde as fibras de carbono usadas no confinamento apresentam um módulo de elasticidade bastante elevado, observa-se que apenas a modelação através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão (CEM 2) consegue reproduzir o comportamento desta coluna. Relativamente ao modelo de Chastre & Silva [12] e à modelação através do modelo constitutivo para betão confinado (CEM 3), estes não conseguem reproduz o comportamento desta coluna.

6.3. Modelação numérica de pilares circulares de betão armado reforçados com FRP

O ensaio dos pilares de betão armado à flexão composta realizado por Chastre [7], pilares esses de secção circular com 250 mm de diâmetro e 1500 mm de altura, com uma base de 1200x600x500 mm³, tendo sido mantido a armadura longitudinal (6ø12) e transversal (ø6//0,15) das colunas, tendo os pilares sido sujeitos a um esforço normal reduzido de 400 kN. A disposição das armaduras foi efetuada como representado na Figura 6.38.

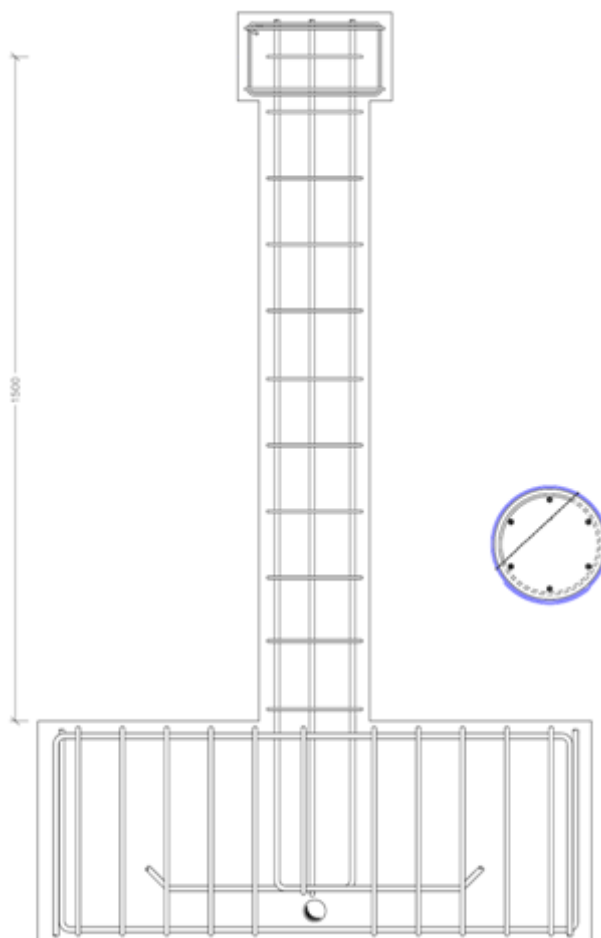


Figura 6.38 - Pormenorização das armaduras do pilar (adaptado [7])

Os pilares circulares ensaiados à flexão composta [7] foram modelados no programa *ATENA* simulando apenas metade do pilar, pelo que foi aplicado apenas metade do carregamento axial e as respetivas condições de simetria. Modelou-se inicialmente um pilar sem nenhum tipo de reforço com o objetivo de calibrar a malha de elementos finitos a utilizar, uma vez que os materiais utilizados nestes pilares já foram definidos anteriormente.

Tal como para o caso das colunas, efetuou-se a divisão da secção do pilar de 5 em 5°. Na Figura 6.4 é possível observar a definição no programa *ATENA* do pilar, a malha de elementos finitos, as condições de simetria adotadas, bem como a disposição das armaduras.

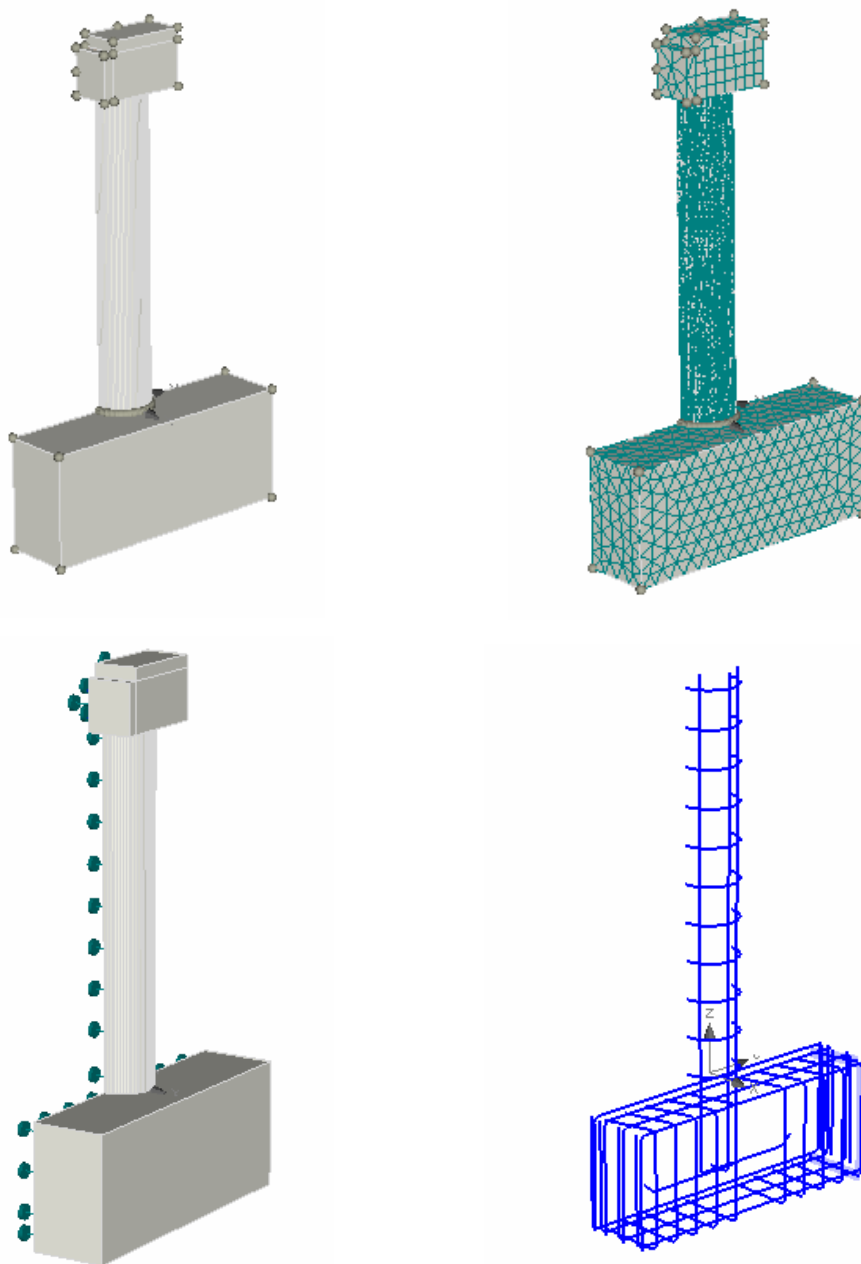


Figura 6.39 – Definição do modelo de betão e das armaduras do pilar no programa *ATENA*

A definição do elemento betão foi efetuada através do material CEM 3, tendo sido atribuídos ao betão os parâmetros referidos na Tabela 6.2. Tanto os varões, como os estribos foram definidos utilizando o material “reinforcement” do tipo “multilinear”, traçando o equivalente ao diagrama de tensão-deformação obtido por Chastre [7] no ensaio dos varões (Figura 6.15).

Foi adotado um incremento de 0,05 mm/passo, por forma a não serem registadas oscilações nos resultados numéricos, como se verificou para o caso das colunas. As dimensões do pilar e a posterior adição do reforço tornam o modelo numérico relativamente

"pesado", além disso o acréscimo no número de passos referentes à simulação do ensaio cíclico, tornariam o modelo ainda mais "pesado". Pelo que, optou-se por simular apenas o ensaio monotônico, correspondente à envolvente do ensaio cíclico, apesar de os resultados experimentais disponíveis serem referentes a um ensaio cíclico.

Seguindo o critério adotado nos ensaios experimentais, optou-se por apresentar os resultados no pós-pico até se obter 85% da força máxima.

Foi adotada uma malha de elementos lineares do tipo "*Brick and tetra*" com dimensões globais de 0,1 m, atribuindo um coeficiente de 0,75 ao elemento cilíndrico representativo do pilar de betão, originando 2479 elementos e um coeficiente de 1,0, quer à chapa metálica lateral, quer à chapa metálica superior. Relativamente à base topo do pilar, foi atribuído um coeficiente de 0,75. Na Figura 6.7 apresenta-se os resultados obtidos em comparação com o resultado experimental para o pilar P1.

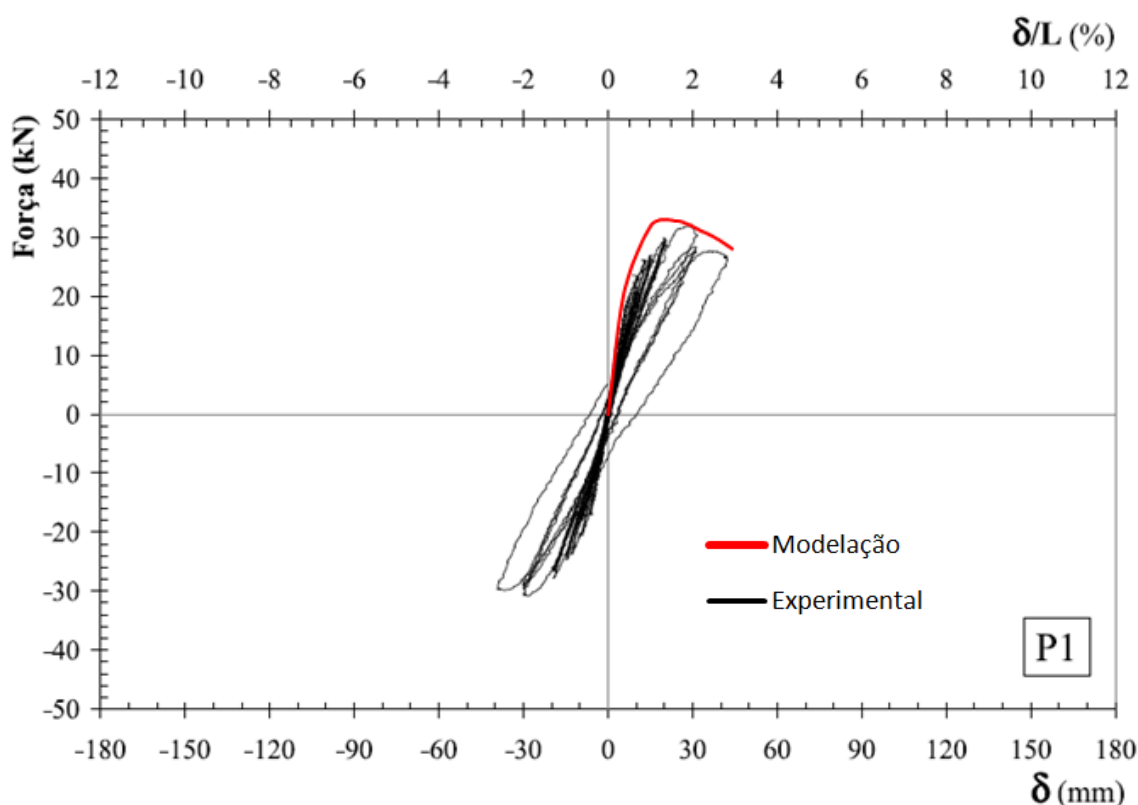


Figura 6.40 - Comparação dos resultados experimentais [7] e numéricos para o pilar P1 (não reforçado)

Foram analisados dois tipos de reforço nos pilares sujeitos a flexão composta, um onde o pilar P4 apenas foi reforçado junto à base, tendo sido aplicadas duas camadas de CFRP com uma altura de 375 mm, deixando uma junta de 25 mm entre a base do pilar e o início do reforço. No outro, o pilar P7 foi reforçado em toda a altura com duas camadas de CFRP, com se pode observar na Figura 6.41, onde se encontra esquematizado o reforço aplicado nos dois pilares em estudo.

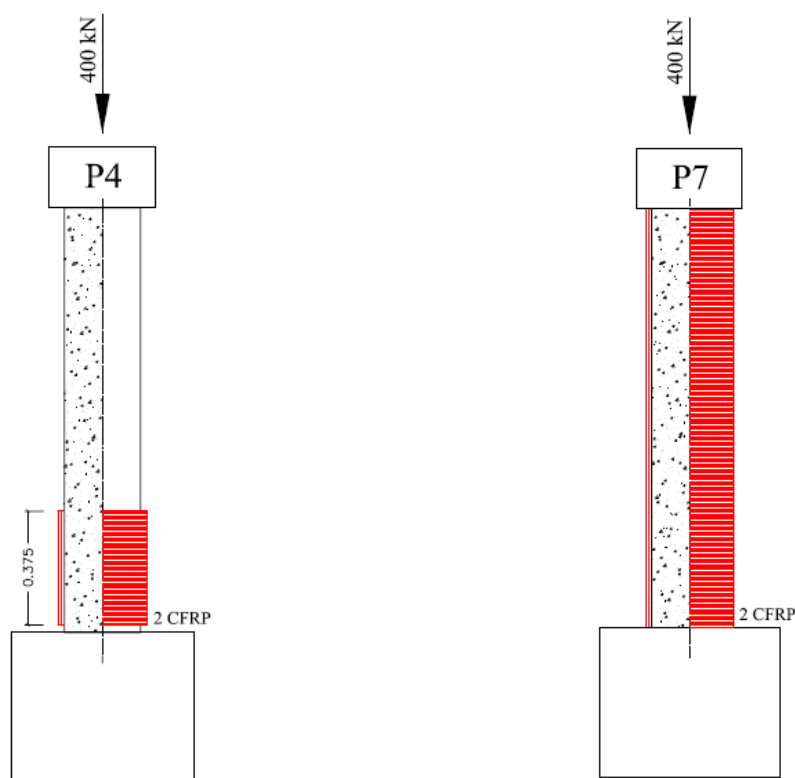


Figura 6.41 - Esquema ilustrativo das características dos pilares em estudo [7]

Para a aplicação do reforço nos modelos dos pilares utilizou-se o modelo referente ao pilar não reforçado (P1) e adicionou-se os elementos correspondentes ao material composto, como referido na secção 6.2.2. Foi também necessário orientar o pilar de modo a conseguir definir-se os referenciais locais dos elementos de composto, por fim a que a orientação x do referencial local correspondesse à respetiva direção das fibras (Figura 6.42).

Da mesma forma que se impuseram condições de simetria no pilar, estas também tiveram de ser aplicadas nas fibras, no entanto à semelhança do sucedido para as colunas de betão armado confinado, para o pilar P7 foi necessário retirar 0.5 mm dos elementos representativos das fibras junto à base do pilar, uma vez que pelo facto de haver contacto entre estes elementos e os elementos da base do pilar, os resultados numéricos obtidos diferiam bastante dos experimentais.

i) Pilar P4

Na modelação do pilar P4, uma vez que este apresenta reforço apenas na base do pilar, foi necessário dividir o elemento cilíndrico representativo do pilar em dois, um onde o betão se encontra reforçado e consequentemente confinado e num outro onde não existe reforço (Figura 6.42). Ao elemento do pilar confinado foi atribuído um material betão do tipo CEM 3, ao qual se atribuíram as características definidas na Tabela 6.24

Tabela 6.24 – Parâmetros utilizados na definição do modelo constitutivo para betão confinado do pilar P4 (Anexo A)

FC	E	MU	FC	FT
27,4 MPa	2,6710E+04	2,0000E-01	-2,7400E+01	2,3085E+00

FT_MULT	EXC	FC0	EPS_VP	SOFT_T
1,1792E+00	5,2447E-01	-7,9016E+00	6,1188E-04	1,8258E-03

A	B	C	ORDER	GF
4,0100E+00	0,0000E+00	6,3440E+00	3,0000E+00	6,054E-05

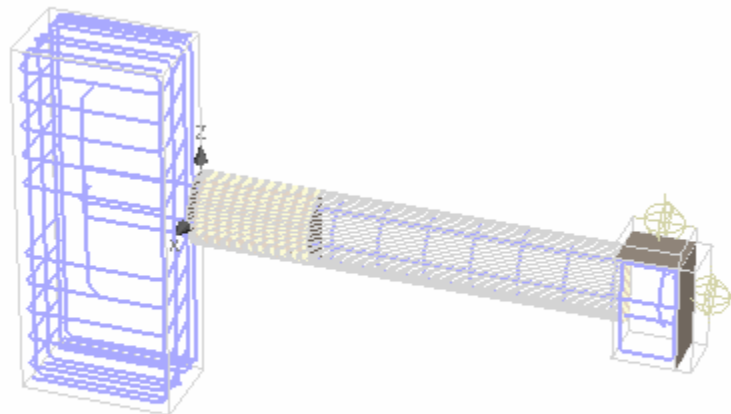


Figura 6.42 - Aplicação do reforço e orientação do pilar P4 no programa ATENA

Para o caso dos pilares, apenas foi utilizado o modelo constitutivo para betão confinado, devido à discrepância entre os valores obtidos através do modelo de plasticidade para o esmagamento do betão e os valores experimentais. Para este modelo, considerou-se apenas a condição de o parâmetro B assumir o valor nulo, uma vez que os pilares são de secção circular.

Na Figura 6.43 estão representados os resultados numéricos obtidos em comparação com o ensaio cíclico obtido experimentalmente para o pilar P4.

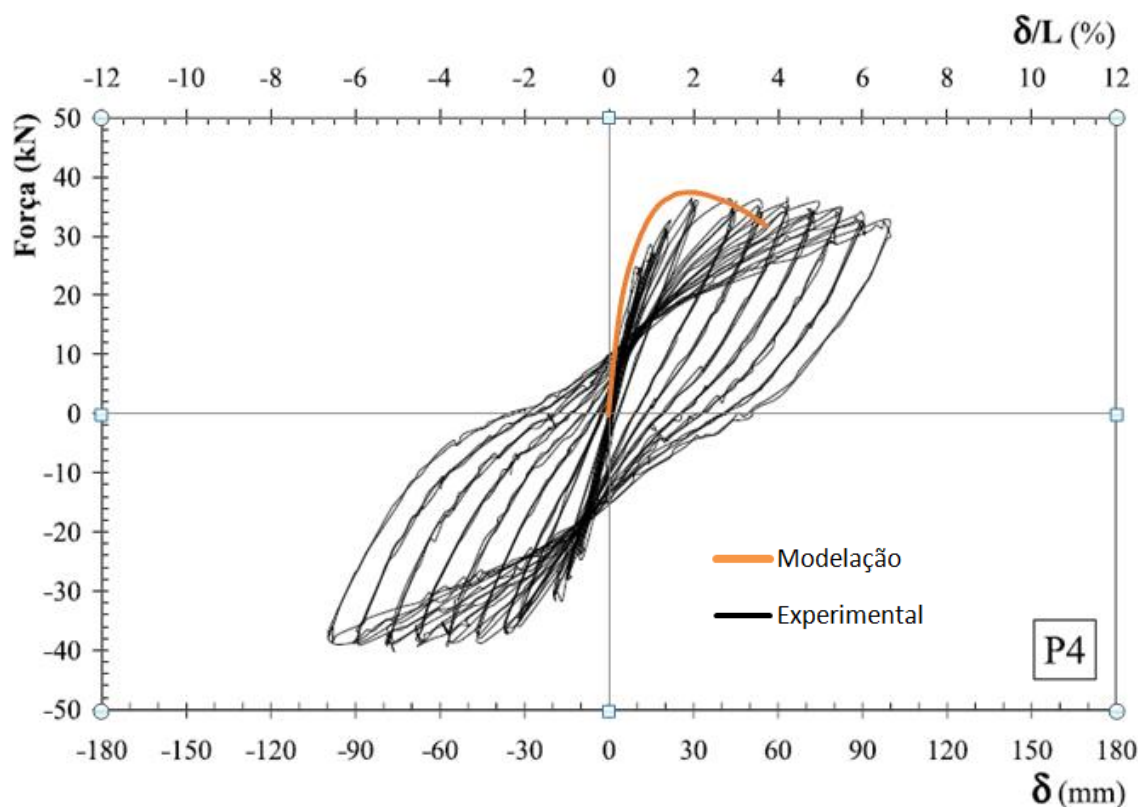


Figura 6.43 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o pilar P4

Para o pilar P4 representativo de um pilar reforçado junto à base, observa-se que o programa não consegue reproduzir o resultado obtido experimentalmente, apresentando o modelo numérico um comportamento plástico no pós-pico menos dúctil. O modelo constitutivo para betão confinado revelou-se pouco eficaz na reprodução do comportamento plástico observado experimentalmente para o caso dos pilares.

ii) Pilar P7

O pilar P7 contém reforço em toda a sua altura, pelo que foi atribuído apenas ao elemento cilíndrico representativo do pilar o material betão do tipo CEM 3, com as características definidas na Tabela 6.24.

Na Figura 6.44 estão representados os resultados numéricos obtidos em comparação com o ensaio cíclico obtido experimentalmente para o pilar P7.

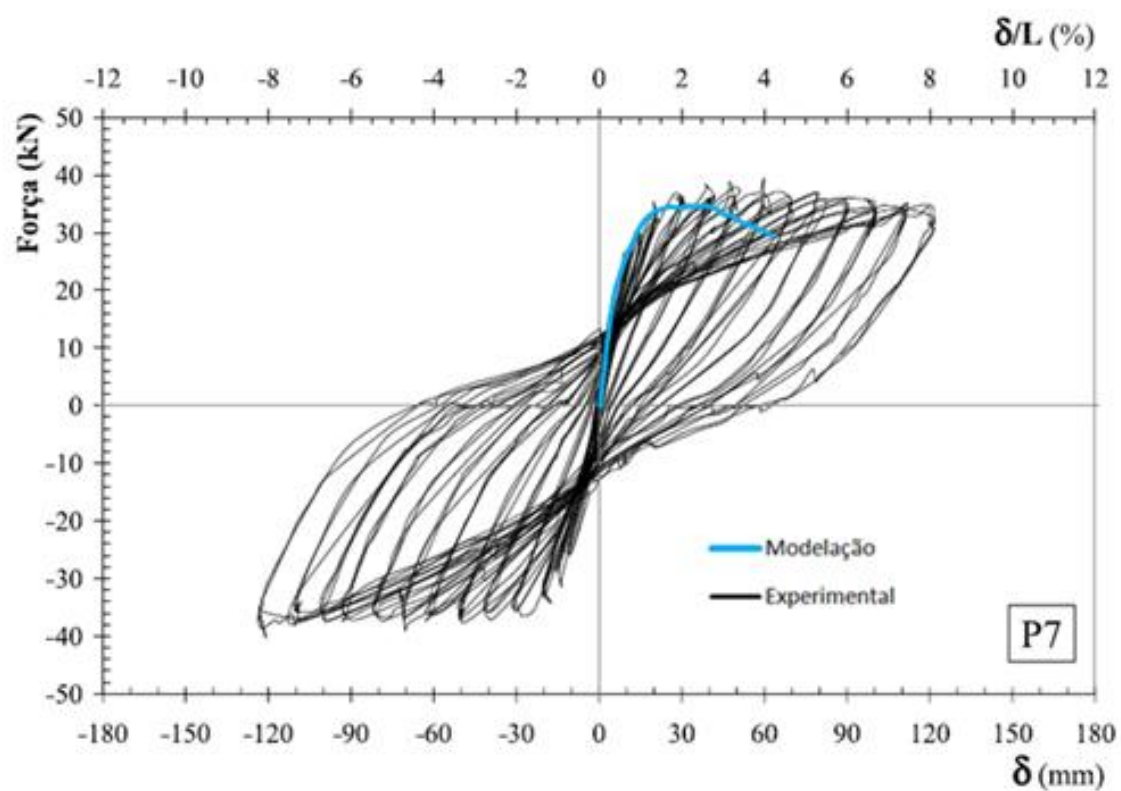


Figura 6.44 - Comparação dos resultados experimentais e numéricos para o pilar P7

No pilar P7, representativo de um pilar reforçado em toda a sua altura, observa-se que o programa, à semelhança do pilar P4, não consegue reproduzir o comportamento obtido experimentalmente, voltando a apresentar um comportamento plástico no pós-pico menos dúctil.

Conclusões e Desenvolvimentos futuros

A utilização de materiais compósitos em engenharia civil revela-se promissor, tendo este tipo de materiais sido aproveitado noutras áreas e revelando excelentes resultados. No entanto, o comportamento conjunto deste tipo de materiais com o betão revela alguma complexidade.

Diversos estudos têm vindo a ser efetuados por forma a melhorar a compreensão do comportamento de pilares de betão armado confinados com materiais compósitos, tendo-se pretendido apresentar neste trabalho mais uma contribuição para este efeito, em especial no que diz respeito à modelação não linear do confinamento de pilares.

7.1. Conclusões finais

Através da análise numérica realizada neste trabalho, no qual se tentou reproduzir o comportamento de colunas e pilares de secção circular com diferentes dimensões e níveis de confinamento, ressalta que através do software comercial ATENA ainda não se consegue simular eficientemente o comportamento não linear de pilares de betão armado confinados com materiais compósitos. Contudo, para algumas colunas de betão armado, nomeadamente C34 e C43, foi possível simular razoavelmente o seu comportamento elasto-plástico. No entanto para níveis de confinamento mais reduzidos ou mais elevados foi difícil simular o comportamento experimental observado.

Apesar de no trabalho experimental desenvolvido pelos diversos autores poderem existir erros relacionados com a própria experiência, verificou-se através da análise do plano meridional que existe uma certa linearidade entre os diversos ensaios, independentemente do tamanho da coluna ou do nível de confinamento, pelo que pode concluir-se que na maioria dos ensaios o erro associado ao ensaio é relativamente reduzido.

Ressalta-se contudo que foi calibrada apenas a malha dos provetes de \varnothing 250 mm através do ensaio da coluna correspondente não confinada, o que pode ter condicionado a análise numérica, uma vez que se observou que, quer a malha das chapas de apoio, quer a malha das colunas influenciava bastante a resposta pós-pico do modelo, tendo este fenómeno sido refletido no facto de no conjunto do modelos analisados, os modelos C41, C34, C43 e C44 terem resultados numéricos melhores, comparativamente com os experimentais.

Porém, apesar de se ter calibrado a malha dos pilares circulares através do ensaio do pilar não confinado, o programa não conseguiu reproduzir o comportamento destes pilares reforçados. No entanto, o modelo constitutivo para betão confinado apresenta resultados melhores para a modelação de ensaios de flexão composta em comparação com o modelo de plasticidade para o esmagamento do betão.

Relativamente à modelação das fibras de FRP, apesar do manual do ATENA recomendar para estas uma modelação através de elementos *shell/plate*, salienta-se a boa resposta que a modelação com elementos *standard*, com a posterior adição das fibras como "smeared reinforcement" proporciona. No tipo de modelação recomendado, é aconselhada a criação de uma malha que permita ter pelo menos 3 elementos na espessura das fibras. Contudo, é difícil de implementar esta opção, uma vez que a espessura do compósito de FRP se situa abaixo do milímetro e a carga computacional seria demasiado elevada para os computadores atuais, de modo a ter a quantidade de elementos finitos recomendados. Salienta-se ainda o facto do modelo de Chastre & Silva [12] simular bastante bem o comportamento global de colunas de betão armado confinadas com CFRP e apresentar excelentes estimativas para os valores na rotura.

7.2. Desenvolvimentos futuros

Com este trabalho tentou-se simular o comportamento de pilares de betão armado confinados com materiais compósitos, no entanto com o desenvolvimento do trabalho e o aprofundar dos conhecimentos surgiram algumas questões que futuramente poderão ser investigadas:

- Criação de um modelo no programa ATENA onde o utilizador consiga definir a superfície de potencial plástico
- Análise paramétrica da influência do parâmetro β utilizando outros ensaios experimentais
- Implementação da lei de escoamento não associado no programa ATENA

Referências Bibliográficas

- [1] BETTOR MBT PORTUGAL, *Sistema MBrace - Fichas Técnicas*. 2001.
- [2] Braga, A.M.M.X.M.M. and A.J.d.S. Costa, *Reforço de Pilares Circulares de Betão Simples com Mantas de CFRP - Influência do Diâmetro do Pilar, das Características do Betão Existente e da Quantidade de Fibras no Efeito de Confinamento*. 2006, Lisboa: IST.
- [3] Červenka, J. and L. Jendele, *ATENA Input File Format*, in *ATENA Program Documentation*. 2012.
- [4] Červenka, J. and Z. Procházková, *Tutorial for Program ATENA 3D*, in *ATENA Program Documentation*. 2013.
- [5] Červenka, J. and D. Pryl, *Troubleshooting Manual*, in *ATENA Program Documentation*. 2014.
- [6] Červenka, V., L. Jendele, and J. Červenka, *Theory*, in *ATENA Program Documentation*. 2012.
- [7] Chastre, C., *Comportamento às Acções Cíclicas de Pilares de Betão Armado Reforçados com Materiais Compósitos*. 2005, Universidade Nova de Lisboa.
- [8] Chastre, C., *Reparação e Reforço de Estruturas de Betão Armado com Sistemas Compósitos de FRP* in DTC6. 2005, UNIC - Centro de Investigação em Estruturas e Construção da UNL: Caparica. p. 81.
- [9] Chastre, C., R.F. Paula, and M.G.d. Silva, *Influência do Confinamento nos modelos de cálculo de pilares reforçados por compósitos*, in *Betão Estrutural 2000*. 2000, FEUP: Porto.
- [10] Chastre, C. and M.A.G. Silva. *The behaviour of RC columns retrofitted with FRP or polymeric concrete under axial compression and cyclic horizontal loads*. in *9th International Conference on Inspection, Appraisal, Repairs and Maintenance of Structures*. 2005. Fuzhou, PEOPLES R CHINA: Ci-Premier Pte Ltd.
- [11] Chastre, C. and M.A.G. Silva. *Comportamento à Compressão Uniaxial de Pilares Circulares de Betão Armado Encamisados com CFRP*. in *Repar 2000*. 2000. Lisboa: LNEC.

- [12] Chastre, C. and M.A.G. Silva, *Monotonic axial behavior and modelling of RC circular columns confined with CFRP*. Engineering Structures, 2010. **32**(8): p. 2268-2277.
- [13] Chastre, C. and M.A.G. Silva. *Reinforced Concrete Columns Jacketed with FRP Composites and Subjected to Cyclic Horizontal Loads*. in *International Conference CCC2008 - Challenges for Civil Construction*. 2008. Porto: FEUP.
- [14] Chen, W.F. and A.F. Saleeb, *Chapter Five - Linear Elasticity and Failure Criteria for Concrete*, in *Studies in Applied Mechanics*, C. Wai-Fah and F.S. Atef, Editors. 1994, Elsevier. p. 251-347.
- [15] Community, P.F.-T.F.o.S.a. <https://www.physicsforums.com/threads/the-way-textbooks-talk-about-stress-tensor-confused-me.566585/>. [consultado em 26/05/2015].
- [16] Cortez, J.M., *Modelação numérica da ligação FRP/betão em elementos de betão reforçados com sistemas FRP*. 2013, Universidade Nova de Lisboa.
- [17] Fam, A.Z. and S.H. Rizkalla, *Behavior of Axially Loaded Concrete-Filled Circular Fiber-Reinforced Polymer Tubes*. Structural Journal, 2001. **98**(3).
- [18] Faustino Marques, P., *Strengthening to Seismic Action of Reinforced Concrete Columns with Rectangular cross-section*. 2015, Universidade Nova de Lisboa.
- [19] Faustino Marques, P. and C. Chastre, *Performance analysis of load-strain models for circular columns confined with FRP composites*. Composite Structures, 2012. **94**(11): p. 3115-3131.
- [20] Faustino, P. and C. Chastre, *Analysis of load-strain models for RC square columns confined with CFRP*. Composites Part B: Engineering, 2015. **74**(0): p. 23-41.
- [21] Faustino, P., C. Chastre, and R. Paula, *Design model for square RC columns under compression confined with CFRP*. Composites Part B: Engineering, 2014. **57**(0): p. 187-198.
- [22] Ferreira, D., *Pilares de Betão Armado Reforçado com Laminados de Fibras de Carbono*. 2000, Univesidade do Minho.
- [23] FYFR Co. LCC, *Tyfo-S Saturant Epoxy - Technical Information and Application Advice*. 2000.
- [24] FYFR Co. LCC, *Tyfo SEH-51 Composite Using Tyfo-S Saturante Epoxy - Technical Information and Application Advice*. 2002.
- [25] Grassl, P., K. Lundgren, and K. Gylltoft, *Concrete in compression: a plasticity theory with a novel hardening law*. International Journal of Solids and Structures, 2002. **39**(20): p. 5205-5223.
- [26] Hammoud, R., R. Boukhili, and A. Yahia, *Unified Formulation for a Triaxial Elastoplastic Constitutive Law for Concrete*. Materials, 2013. **6**(9): p. 4226-4248.
- [27] Imran, I. and S. Pantazopoulou, *Plasticity model for concrete under triaxial compression*. Journal of engineering mechanics, 2001. **127**(3): p. 281-290.
- [28] Jorge, R.M.N. and L.M.J.S. Dinis, *Teoria da Plasticidade*. 2005, Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Faculdade de Engenharia: Universidade do Porto.

- [29] Juvandes, L., *Reforço e reabilitação de estruturas - Módulo 2*, in *Formação Profissional - Ordem dos Engenheiros, Seccção Regional da Madeira*. 2002: FEUP.
- [30] Lam, L. and J.G. Teng, *Ultimate Condition of Fiber Reinforced Polymer-Confined Concrete*. Journal of Composites for Construction, 2004. **8**(6): p. 539-548.
- [31] Matthys, S., *Structural Behaviour and Design of Concrete Members Strengthened with Externally Bonded FRP Reinforcement*, in *Department of Structural Engineering*. 2000, Ghent University, Faculty of Engineering.
- [32] Matthys, S., H. Toutanji, and L. Taerwe, *Stress–Strain Behavior of Large-Scale Circular Columns Confined with FRP Composites*. Journal of Structural Engineering, 2006. **132**(1): p. 123-133.
- [33] Mirmiran, A. and M. Shahawy, *Behaviour of concrete columns confined by fiber composites*. J Struct Eng, 1997. **123**(5).
- [34] Mirmiran, A. and M. Shahawy, *Dilation characteristics of confined concrete*. Mechanics of Cohesive-frictional Materials, 1997. **2**(3): p. 237-249.
- [35] Ozbakkaloglu, T., J.C. Lim, and T. Vincent, *FRP-confined concrete in circular sections: Review and assessment of stress–strain models*. Engineering Structures, 2013. **49**(0): p. 1068-1088.
- [36] Papanikolaou, V.K. and A.J. Kappos, *Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression*. International Journal of Solids and Structures, 2007. **44**(21): p. 7021-7048.
- [37] Paula, A.R. and M.A.G. Silva, *Sharp edge effects on FRP confinement of RC square columns*. Proc., 3rd International Conf. on Composites in Infrastructure ICCI'02, 2002.
- [38] Paula, A.R.F.R.d., *Influência da geometria das secções no confinamento de pilares de betão armado com compósitos de CFRP*. 2002, Lisboa.
- [39] Philippe, M. and K.J. Willam, *Triaxial Failure Criterion for Concrete and its Generalization*. Structural Journal, 1995. **92**(3).
- [40] Riad, B. and M. Habib-Abdelhak, *Circular and Square Concrete Columns Externally Confined by CFRP Composite: Experimental Investigation and Effective Strength Models*. 2013.
- [41] Saafi, M., H. Toutanji, and Z. Li, *Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Reinforced Polymer Tubes*. Materials Journal, 1999. **96**(4).
- [42] Samaan, M., A. Mirmiran, and M. Shahaway, *Model of Concrete Confined by Fiber Composites*. Journal of Structural Engineering, 1998. **124**(9): p. 1025-1031.
- [43] Santos, T., *Estratégias para reparação e reforço de estruturas de betão armado*. 2009, Universidade do Minho.
- [44] Sasmal, S., *Performance evaluation and strengthening of deficient beam-column sub-assemblages under cyclic loading*. 2009, Universitätsbibliothek der Universität Stuttgart: Stuttgart.
- [45] Silva, M.A.G., *Behavior of square and circular columns strengthened with aramidic or carbon fibers*. Construction and Building Materials, 2011. **25**(8): p. 3222-3228.

- [46] Silva, M.A.G. and C. Chastre, *Encamisamento de Pilares de Betão Armado com FRP: Efeitos nas Relações Constitutivas e na Ductilidade*, in VI Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional. 2000: Aveiro.
- [47] Silva, M.A.G. and C. Chastre Rodrigues, *Size and Relative Stiffness Effects on Compressive Failure of Concrete Columns Wrapped with Glass FRP*. Journal of Materials in Civil Engineering, 2006. **18**(3): p. 334-342.
- [48] Silva, M.J.V.d., *Implementação numérica tridimensional do teorema cinemático da análise limite: Documento electrónico*. 2009, Lisboa.
- [49] Singhal, H., *Finite Element Modeling Of Retrofitted RC Beams*. 2009, THAPAR UNIVERSITY, PATIALA.
- [50] Sirijaroonchai, K., *A Macro-scale Plasticity model for High Performance Fiber Reinforced Cement Composites*. 2009, The University of Michigan.
- [51] Sousa, Á., *Reparação, Reabilitação e Reforço de Estruturas de Betão Armado*. 2008, FEUP, Porto.
- [52] Spoelstra, M. and G. Monti, *FRP-Confined Concrete Model*. Journal of Composites for Construction, 1999. **3**(3): p. 143-150.
- [53] Teng, J.G., et al., *Theoretical Model for Fiber-Reinforced Polymer-Confined Concrete*. Journal of Composites for Construction, 2007. **11**(2): p. 201-210.
- [54] Toutanji, H., *Stress-Strain Characteristics of Concrete Columns Externally Confined with Advanced Fiber Composite Sheets*. Materials Journal, 1999. **96**(3).
- [55] Wolf, J., *A Plasticity Model to Predict the Effects of Confinement on Concrete*. 2008, California Institute of Technology
Pasadena, California.
- [56] Youssf, O., et al., *Finite element modelling and dilation of FRP-confined concrete columns*. Engineering Structures, 2014. **79**: p. 70-85.

Anexo A

(Parâmetros recomendados para a definição do material CC3DNonLinCementitious3 [6])

A1. - Parâmetros recomendados para a definição do material CC3DNonLinCementitious3

FC	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
E	24377	27530	30011	32089	33893	35497	36948	38277	39506	40652	41727
MU	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
FC	-20	-30	-40	-50	-60	-70	-80	-90	-100	-110	-120
FT	1,917	2,446	2,906	3,323	3,707	4,066	4,405	4,728	5,036	5,333	5,618
FT_MULT	1,043	1,227	1,376	1,505	1,619	1,722	1,816	1,904	1,986	2,063	2,136
EXC	0,5281	0,5232	0,5198	0,5172	0,5151	0,5133	0,5117	0,5104	0,5092	0,5081	0,5071
FC0	-4,32	-9,16	-15,62	-23,63	-33,14	-44,11	-56,50	-70,30	-85,48	-102,01	-114,00
EPS_VP	$4,92 \cdot 10^{-4}$	$6,54 \cdot 10^{-4}$	$8,00 \cdot 10^{-4}$	$9,35 \cdot 10^{-4}$	$1,06 \cdot 10^{-3}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$1,30 \cdot 10^{-3}$	$1,41 \cdot 10^{-3}$	$1,52 \cdot 10^{-3}$	$1,62 \cdot 10^{-3}$	$1,73 \cdot 10^{-3}$
SOFT_T	$1,33 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-3}$	$2,67 \cdot 10^{-3}$	$3,33 \cdot 10^{-3}$	$4,00 \cdot 10^{-3}$	$4,67 \cdot 10^{-3}$	$5,33 \cdot 10^{-3}$	$6,00 \cdot 10^{-3}$	$6,67 \cdot 10^{-3}$	$7,33 \cdot 10^{-3}$	$8,00 \cdot 10^{-3}$
A	7,342177	5,436344	4,371435	3,971437	3,674375	3,43856	3,245006	3,082129	2,942391	2,820644	2,713227
B	-8,032485	-6,563421	-5,73549	-5,430334	-5,202794	-5,021407	-4,871993	-4,745867	-4,637358	-4,542587	-4,458782
C	-3,726514	-3,25626	-3,055953	-2,903173	-2,797059	-2,719067	-2,659098	-2,611426	-2,572571	-2,540158	-2,512681
ORDER	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
GF	$4,87 \cdot 10^{-5}$	$6,47 \cdot 10^{-5}$	$7,92 \cdot 10^{-5}$	$9,26 \cdot 10^{-5}$	$1,05 \cdot 10^{-4}$	$1,17 \cdot 10^{-4}$	$1,29 \cdot 10^{-4}$	$1,40 \cdot 10^{-4}$	$1,50 \cdot 10^{-4}$	$1,61 \cdot 10^{-4}$	$1,71 \cdot 10^{-4}$

Anexo B

(Definição dos parâmetros do material CC3DNonLinCementitious3 [3])

B1. - Definição dos parâmetros do material CC3DNonLinCementitious3

		Descrição	Unidades	Variação aceite	Valor recomendado
Propriedades Básicas	E	Módulo de elasticidade	MPa	$[0; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	{MU; POISSON; NY}	Coeficiente de Poisson (ν)	-	$]0; 0,5]$	Tabela (Anexo A)
	{FT; RT; F_T;R_T}	Resistência à tração	MPa	$[0; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	{FC; RC; F_C;R_C}	Resistência à compressão	MPa	$] -\infty; 0]$	-
Propriedades da tração	GF	Energia de fratura	MN/m	$[0; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	CRACK_SPACING	Distância média entre fendas	m	$]0; +\infty[$	0,2
	TENSION_STIFFENIG		-	$[0; 1]$	0,4
Propriedades da compressão	EPS_VP	Deformação plástica volumétrica para a tensão de compressão máxima ($\epsilon_{v,t}^p$)	-	$] -\infty; 0]$	Tabela (Anexo A) Ou $\frac{f_c}{E} (1 - 2\nu)$
	{FC0;F_C0;RC0;R_C0}	Tensão máxima do betão não confinado	MPa	$] -\infty; -2f_t]$	Tabela (Anexo A)
	SOFT_T	Declive da função que define a lei de amolecimento (t)	-	$]0; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	X_LOC_COMP	Deslocamento crítico da compressão	-	$]0; +\infty[$	1,0
Propriedades diversas	EXC	Excentricidade da superfície de cedência (e)	-	$]0,5; 1,0[$	Tabela (Anexo A)
	A	Parâmetros da função de potencial plástico	-	$] -\infty; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	B		-	$] -\infty; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	C		-	$] -\infty; +\infty[$	Tabela (Anexo A)
	ORDER	Ordem polinomial da função de potencial plástico (n)	-	\mathbb{Z}	3
	RHO	Massa volúmica	MN/m ³	$]0; +\infty[$	$0,0023 \frac{f_M}{f_t^3}$

Propriedades diversas	ALPHA	Coeficiente de dilatação térmica	1/°C]0; +∞[0,000012
	FIXED	Modelo fixo ou rotativo	-]0; 1[0
	FT_MULT	Multiplicador (λ_t)	-]0; +∞[Tabela (Anexo A)
	SHEAR_FACTOR	Fator de corte (r_g)	-]0; +∞[20
	UNLOADING	Fator de descarga	-]0; 1[0 – Descarga em direção à origem 1 – Descarga com direção paralela à rigidez elástica inicial
	IDEALISATION	-			
	DAMPING_MASS	Fatores de amortecimento	(x_M)		
	DAMPING_STIFF		(x_K)		